

Tentamen SSY042
Signaler och System, Z2

Svar + några tips

9 juni 2021 kl. 08:30-12.30

1. (a) Samplingsvinkelrekvens $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$.
Dominant index i DFT är $k = 5$.

$$\omega = 123 \text{ rad/s}$$

(b)(i)

$$\arg\{H(j\omega)\} = -\arctan\left(\frac{\omega}{1/\tau}\right) = -\arctan(\omega\tau) \quad \text{Fasförskjutning}$$

(b)(ii)

$$\begin{aligned} x(t) &= A \cos(\omega_o t) \quad \text{,insignal } x(t) \text{ ger fördröjd utsignal, (fasförskjutning)} \\ y(t) &= A|H(j\omega_o)| \cos(\omega_o(t - t_o)) = A|H(j\omega_o)| \cos(\omega_o t - \omega_o t_o) \\ &= A|H(j\omega_o)| \cos(\omega_o t + \phi) \end{aligned}$$

$$\phi = -\omega_o t_o \quad \text{och} \quad t_o = -\frac{\phi}{\omega_o}$$

I vårt system kommer $\phi < 0$.

2. (a) Låt $s_1 = 0.08$ och $s_2 = 0.2$

$$A = -10 \frac{s_1}{s_2} = -10 \frac{0.08}{0.2} = -4$$

- (b) Stegsvär $y(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau$. Beräkna integralen då $t \rightarrow \infty$.

- 3.

$$h[n] = (4(0.5)^n - 3(-0.2)^n) u[n] \quad z\text{-transformera}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$$y[n] - 0.3y[n-1] - 0.1y[n-2] = x[n] + 2.3x[n-1] \quad \text{Svar (a)}$$

Insignal $x[n] = 2(0.1)^n u[n]$ med $X(z) = \dots$ Beräkna utsignalen.
Gör PBU på $\frac{Y(z)}{z}$.

$$y[n] = \mathcal{Z}^{-1}\{Y(z)\} = [10(0.5)^n - 4(0.1)^n - 4(-0.2)^n] u[n] \quad \text{Svar (b)}$$

4. (a)

$$H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = u(\omega + \omega_c) - u(\omega - \omega_c) \quad \text{Idealt LP-filter.}$$

$$\omega_c = 4.33 \cdot \omega_o$$

(b)

$$y(t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^4 \frac{1}{n} \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right)$$

(c) Med Parsevals samband (formel) kan effekten P beräknas. Om

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_o n t) + b_n \sin(\omega_o n t) \quad \text{är}$$

$$P_x = \frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \quad .$$

Tillämpa sambandet på $y(t)$.

$$P_y = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{n=1}^4 \left(\frac{1}{n}\right)^2 = \dots = 72.1 \cdot 10^{-3}$$

5. Obs! $x(t)$ ej en kausal signal. Beräkning genom faltning.

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad .$$

Tre fall.

$$\boxed{t < 1}$$

Inget överlapp mellan signaler under integralen. $y(t) = 0$.

$$\boxed{1 \leq t < 3}$$

Delvis överlapp mellan signaler under integralen.

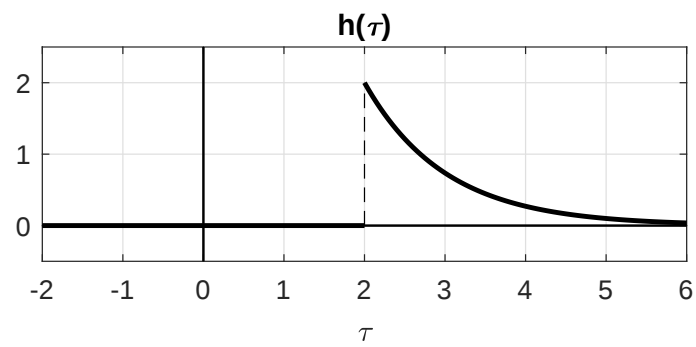
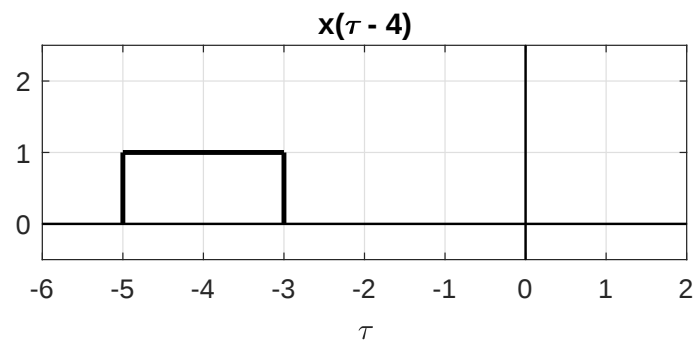
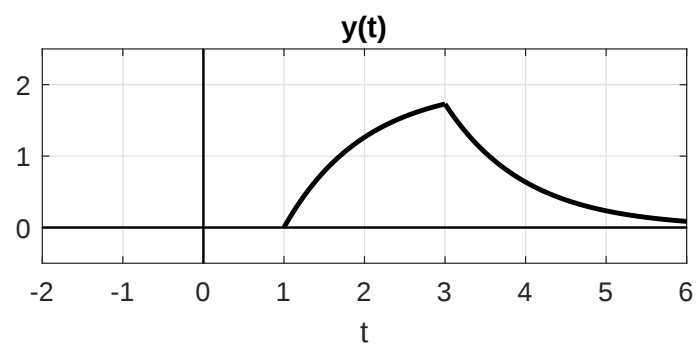
$$y(t) = \int_2^{t+1} 2 e^{-(\tau-2)} d\tau = \dots = 2 \left(1 - e^{-(t-1)} \right)$$

$$\boxed{t \geq 3}$$

Fullt överlapp mellan signaler under integralen.

$$y(t) = \int_{t-1}^{t+1} 2 e^{-(\tau-2)} d\tau = \dots = 2 e^{-t} (e^3 - e^1)$$

Se figurer på nästa sida.

Figur 1: Impulssvar $h(\tau)$ Figur 2: Insignal $x(t - \tau)$ med $t = 4$ Figur 3: Utsignal $y(t)$