

Tentamen
MVE740, Matematik, del D
2025-08-22, 14.00–18.00

Telefonvakt: Anna Karlsson, 0721-575850.

Hjälpmedel: Inga.

Betygsgränser (inklusive bonuspoäng): 3:a: 20-27 poäng, 4:a: 28-34 poäng, 5:a: 35-40 poäng.

Resultatet meddelas i LADOK.

OBS! Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du har sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int_0^{\pi} \sin x e^{-\cos x} dx \quad (b) \int_0^1 \frac{x^2 + x + 1}{x(1+x^2)} dx \quad (c) \int_1^e x \ln(x^2) dx \quad (9p)$$

2. Bestäm en geometrisk talföljd $a_1, a_2, \dots$ sådan att $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 10$. (3p)

3. Ställ upp en Riemannsumma som approximerar arean som motsvarar $\int_0^3 (6-2x)dx$ via en uppdelning i n stycken delintervall, och beräkna summan samt gränsvärdet som ger den bestämda integralen. (5p)

4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \quad y(x)y'(x) + xy^2(x) = x \quad (3p)$$

$$(b) \quad \begin{cases} y'(x) + \frac{2}{x}y(x) = \frac{1}{1+x^2}, \\ y(1) = -\pi/4 \end{cases} \quad (3p)$$

$$(c) \quad y''(x) - 4y'(x) + 5y(x) = 2e^{2x} \quad (3p)$$

5. Låt D vara området i xy -planet som begränsas av graferna till $f(x) = x^2$ och $g(x) = |x|$. Beräkna volymen av den kropp som fås då D roteras kring x -axeln. (4p)

6. En kopp varm choklad ställs på ett bord. Då kommer den varma chokladen att svalna med en hastighet som är proportionell mot skillnaden i temperatur mellan vätskan och omgivningen. Under antagandet att koppen med den varma chokladen höll en temperatur om 90°C till att börja med, och att omgivningen håller 20°C , bestäm ett uttryck för temperaturen av den varma chokladen genom att lösa en lämplig differentialekvation. Ange även vilka värden proportionalitetskonstanten kan anta. (4p)

7. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

8. Formulera och bevisa formeln för en aritmetisk summa. (3p)

Lycka till!