

Tentamen
MVE740, Matematik, del D
2025-05-17, 12.00–16.00

Telefonvakt: Anna Karlsson, 0721-575850.

Hjälpmedel: Inga.

Betygsgränser (inklusive bonuspoäng): 3:a: 20-27 poäng, 4:a: 28-34 poäng, 5:a: 35-40 poäng.

Resultatet meddelas i LADOK.

OBS! Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du har sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int_1^{\infty} \frac{2}{x(1+x^2)} dx \quad (b) \int_{-1}^2 e^x(2x+1) dx \quad (c) \int_1^4 \frac{\sin(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \quad (9p)$$

2. För den aritmetiska talföljden $a_1, a_2, \dots$ är $a_1 = -2$ och $a_2 = -6$. Bestäm talföljdens differens och beräkna

$$\sum_{k=1}^{40} a_k \quad (3p)$$

3. Ställ upp en Riemannsumma som approximerar arean som motsvarar $\int_0^1 e^x dx$ via en uppdelning i n stycken delintervall, och beräkna summan. (5p)

4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \quad y''(x) - 2y'(x) + y(x) = x \quad (3p)$$

$$(b) \quad \begin{cases} y'(x) - \frac{2}{x}y(x) = x, & x > 0 \\ y(1) = e \end{cases} \quad (3p)$$

$$(c) \quad y'(x) - y(x) \ln[y(x)] = 0 \quad (3p)$$

5. Låt D vara området i xy -planet som begränsas av graferna till $f(x) = x^2$ och $g(x) = x$. Beräkna volymen av den kropp som fås då D roteras kring y -axeln. (4p)

6. Vi studerar antalet bakterier i en bakteriekultur. Varje bakterie delar sig en gång per dag, och tio bakterier om dagen dör på grund av yttre påverkan. Bestäm ett uttryck för bakteriekulturens storlek i termer av antalet bakterier som en funktion av tiden, genom att lösa en lämplig differentialekvation. Antag att bakteriekulturen till att börja med bestod av 30 bakterier. (4p)

7. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

8. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (3p)

Lycka till!