

Tentamen
MVE426/MVE425/MVE640, Matematik, del D
2023-05-31, 14.00–18.00

Telefonvakt: Anna Karlsson, 0721-575850.

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser (inklusive bonuspoäng): 3:a: 20-27 poäng, 4:a: 28-34 poäng, 5:a: 35-40 poäng.

Resultatet meddelas i LADOK.

OBS! Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du har sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int x \cos(x^2) dx \quad (b) \int x \ln(\sqrt{x}) dx \quad (c) \int \frac{2}{x^3 + 2x} dx \quad (9p)$$

2. För den geometriska talföljden $a_1, a_2, \dots$ är $a_1 = 5$ och $a_2 = 4$. Avgör om serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

är konvergent och bestäm i så fall dess summa. (3p)

3. Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=1}^n (k-1)(3k-2) = n^2(n-1)$$

för alla heltal $n \geq 1$. (5p)

4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \begin{cases} y'(x) + 2xy(x) = e^{-x^2} \\ y(1) = 1/e \end{cases} \quad (3p)$$

$$(b) y''(x) + 4y(x) = x^2 + 1 \quad (3p)$$

$$(c) \tan[y(x)]y'(x) = \frac{1}{x}, \text{ för } x > 1 \quad (3p)$$

5. Beräkna arean av det område som begränsas av graferna till $f(x) = x^2 + 2x$ och $g(x) = x^3 + x^2 - 2x$. (4p)

6. En lösning med natriumklorid innehåller till en början 10 gram natriumklorid per liter lösning. Tio procent av natriumkloriden i lösningen försvinner från lösningen varje sekund via diffusion genom ett membran. Samtidigt tillsätts i varje ögonblick natriumklorid till lösningen i en mängd som motsvarar e^{-t} gram natriumklorid per liter och per sekund, där t är tiden som har gått räknat i sekunder. Antag att natriumkloriden omedelbart fördelar sig jämnt i lösningen, som är under omrörning. Ställ upp en differentialekvation som beskriver koncentrationen av natriumklorid i lösningen, och använd begynnelsevillkoret för att bestämma ett uttryck för koncentrationen som en funktion av tiden. (4p)

7. Bevisa att om F och G är primitiva funktioner till f , så är $G(x) = F(x) + C$. (3p)

VÄND! →

8. Härled lösningsformeln för en linjär differentialekvation av första ordningen, det vill säga av typen $y' + g(x)y = h(x)$. (3p)

Lycka till!