

Tentamen
MVE426/MVE425/MVE640, Matematik, del D
2023-05-15, 14.00–18.00

Telefonvakt: Anna Karlsson, 0721-575850.

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser (inklusive bonuspoäng): 3:a: 20-27 poäng, 4:a: 28-34 poäng, 5:a: 35-40 poäng.

Resultatet meddelas i LADOK.

OBS! Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du har sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int x^2 \cos(x) dx \quad (b) \int_{1/e}^e \frac{|\ln(x)|}{x} dx \quad (c) \int \frac{x^2}{x^2 - 4} dx \quad (9p)$$

2. För den aritmetiska talföljden $a_1, a_2, \dots$ är $a_1 = 4$ och $a_2 = 12$. Bestäm talföljdens differens och beräkna

$$\sum_{k=1}^{50} a_k \quad (3p)$$

3. Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=0}^n (3k^2 - k - 1) = (n+1)^2(n-1)$$

för alla heltal $n \geq 0$. (5p)

4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \quad y'(x) - \sin(x)y(x) = \sin(x) \cos(x) \quad (3p)$$

$$(b) \quad y'(x) = e^x \sqrt{y(x)} \quad (3p)$$

$$(c) \quad \begin{cases} y''(x) + 2y'(x) - 8y(x) = 32x \\ y(0) = -1, y'(0) = 0 \end{cases} \quad (3p)$$

5. Låt D vara området i xy -planet som begränsas av grafen till $1/(1+x^2)$ samt $x = 1$, $x = 3$ och $y = 0$. Beräkna volymen av den kropp som fås då D roteras kring y -axeln. (4p)

6. En fallskärmshoppare som hoppar från ett litet flygplan accelereras med 9.82 meter per sekundkvadrat mot marken på grund av gravitationen. Luftmotståndet ger en acceleration i motsatt riktning, som är proportionell mot fallskärmshopparens hastighet. Antag att fallskärmshopparen faller rakt ned och har hastigheten 2 meter per sekund vid tiden noll. Bestäm en funktion som beskriver fallskärmshopparens hastighet genom att lösa en lämplig differentialekvation.

Kom ihåg att om $v(t)$ anger ett objekts hastighet så är $v'(t)$ dess acceleration. (4p)

7. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (3p)

8. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

Lycka till!