

MVE426/MVE425 Matematik, del D, våren 2022

Kursansvarig och examinator: Mattias Lennartsson, 0737–29 14 55

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal och pennvässare

Tentan har åtta frågor.

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 20–27 poäng, 4:a: 28–34 poäng, 5:a: 35–40 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen. Resultatet meddelas i Ladok.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen efter att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

Fråga 1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int \sin(x) \sin(\cos(x)) dx, \quad (b) \int_1^e \ln(x^2) dx, \quad (c) \int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx. \quad (9p)$$

Fråga 2. Hitta en aritmetisk följd $a_1, a_2, \dots$ sådan att $\sum_{k=1}^{100} a_k = 10\,000$. (3p)

Fråga 3. Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k k^2 = \frac{(-1)^n n(n+1)}{2}$$

för alla heltal $n \geq 1$. (5p)

Fråga 4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) y''(x) + 2y'(x) + y(x) = x^2 - 1, \quad (3p)$$

$$(b) \frac{y(x)}{y'(x)} = x, \quad (3p)$$

$$(c) \begin{cases} y'(x) - y(x) = e^{2x}, \\ y(0) = 2 \end{cases} \quad (3p)$$

Fråga 5. Låt D vara området i xy -planet som begränsas av grafen till $\ln(x)$ samt $x = 1$, $x = e$ och $y = 0$. Beräkna volymen av den kropp som fås då D roteras kring x -axeln. (4p)

Fler uppgifter på nästa sida!

Fråga 6. En partikel rör sig längs en linje på ett sådant vis att dess acceleration är proportionerlig mot dess hastighet. Partikelns hastighet från början är 10 meter per sekund. Bestäm en funktion som beskriver hur partikeln rör sig genom att lösa en lämplig differentialekvation.

Kom ihåg att om $y(t)$ representerar partikelns position så är $y'(t)$ dess hastighet och $y''(t)$ dess acceleration. (3p)

Fråga 7. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (3p)

Fråga 8. Bevisa integrationsregeln

$$\int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x)dx,$$

där $F(x)$ är en primitiv funktion till $f(x)$. (3p)

Lycka till!