

MVE426/MVE425 Matematik, del D, våren 2022

Kursansvarig och examinator: Mattias Lennartsson, 0737–29 14 55

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal och pennvässare

Tentan har åtta frågor.

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 20–27 poäng, 4:a: 28–34 poäng, 5:a: 35–40 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen. Resultatet meddelas i Ladok.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen efter att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

Fråga 1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int \sin(\sqrt{x}) dx, \quad (b) \int_{-\pi}^{\pi} |x| dx, \quad (c) \int \frac{1}{x^3 - x} dx. \quad (9p)$$

Fråga 2. Hitta en geometrisk följd $a_1, a_2, \dots$ sådan att $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 3$. (3p)

Fråga 3. Om $a_1, a_2, \dots$ är en aritmetisk följd med differens d då kan man beräkna summan av de n första talen i följen genom

$$\sum_{k=1}^n a_k = n \left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right) \quad \text{för varje heltal } n \geq 1. \quad (1)$$

Visa formeln i (1) med hjälp av induktion. (Visar du formeln utan induktion så får du noll poäng.) (5p)

Fråga 4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \begin{cases} 4y''(x) + 4y'(x) - 15y(x) = e^{-3x}, \\ y(0) = 1, y'(0) = 2 \end{cases} \quad (3p)$$

$$(b) \frac{y'(x)}{y(x)} = \ln(x) + 1, \quad (x > 0) \quad (3p)$$

$$(c) (x^2 + 1)y'(x) - 5xy(x) = 3x^2 + 3. \quad (3p)$$

Fråga 5. Beräkna arean av det område som begränsas av graferna till $f(x) = \sqrt{3x}$ och $g(x) = x^3/2$ samt av linjen $x = 2$. (4p)

Fler uppgifter på nästa sida!

Fråga 6. Du vill värma en frusen paj i en ugn. Förändringen av pajens temperatur är proportionerlig mot skillnaden av pajens temperatur och ugnens temperatur. Ugnens temperatur är 200°C .

(a) När du ställer in pajen i ugnen är pajens temperatur 0°C . Bestäm en formel för pajens temperatur genom att ställa upp och lösa en lämplig differentialekvation. (3p)

(b) Efter 10 minuter är pajens temperatur 50°C . Använd detta för att bestämma proportionalitetskonstanten. (1p)

Fråga 7. Bevisa att om F och G båda är primitiva funktioner till f då är
 $F(x) = G(x) + C$. (3p)

Fråga 8. Härled en lösningsformel för lösningarna till den linjära differentialekvationen (3p)

$$y'(x) + f(x)y(x) = g(x).$$

Lycka till!