

MVE426/MVE425 Matematik, del D, våren 2021

Examinator: Thomas Wernstål

Kursansvarig och telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn. 5325

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal och pennvässare

Tentan har åtta frågor.

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 20–27 poäng, 4:a: 28–34 poäng, 5:a: 35–40 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen. Resultatet meddelas i Ladok. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen efter att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

Fråga 1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 - 2x + 1} dx, \quad (b) \int \frac{\sin(\ln(x))}{x} dx, \quad (c) \int_0^1 x^2 e^{3x} dx. \quad (7p)$$

Fråga 2. Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=1}^n k(k-1) = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

för alla heltal $n \geq 1$. (5p)

Fråga 3. För den aritmetiska talföljden $a_1, a_2, \dots$ är $a_1 = 5$ och $a_2 = 11$. Bestäm talföljdens differens och beräkna

$$\sum_{k=1}^{100} a_k \quad (3p)$$

Fråga 4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \begin{cases} y'(x) - \tan(x)y(x) = \tan(x), & (-\pi/2 < x < \pi/2), \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (4p)$$

$$(b) y'(x) = \frac{1}{x^2 + 2} e^{y(x)}, \quad (4p)$$

$$(c) y''(x) + 4y(x) = 2x. \quad (3p)$$

Fråga 5. Beräkna arean av området som begränsas av kurvorna $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$ samt $x = 0$ och $x = 2\pi$. (4p)

Fler uppgifter på nästa sida!

- Fråga 6.** På ett bankkonto är årsräntan 2%, vilket betyder att tillväxthastigheten är proportionell mot mängden pengar på kontot, med proportionalitetskonstant $2/100$, där tiden mäts i år. Du tar dessutom ut K kronor/år från kontot. Antag att du från början har 500 000 kronor på kontot. Ställ upp och lös lämplig differentialekvation för att bestämma mängden pengar på kontot vid tiden t (räknad i enheten år). (4p)
- Fråga 7.** Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (3p)
- Fråga 8.** Bevisa att om F och G är primitiva funktioner till f , så är $G(x) = F(x) + C$. (3p)

Lycka till!