

MVE426/MVE425 Matematik, del D, våren 2021

Examinator: Thomas Wernstål

Kursansvarig och telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn. 5325

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal och pennvässare

Tentan har åtta frågor.

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 20–27 poäng, 4:a: 28–34 poäng, 5:a: 35–40 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen. Resultatet meddelas i Ladok. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen efter att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

Fråga 1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx, \quad (b) \int \frac{x}{x^2 - 1} dx, \quad (c) \int_1^2 x \ln(8x) dx. \quad (8p)$$

Fråga 2. Visa med hjälp av induktion att

$$6^n + 4$$

är delbart med 5 för alla heltal $n \geq 0$. (5p)

Fråga 3. För den geometriska talföljden $a_1, a_2, \dots$ är $a_1 = 12$ och $a_2 = 10$. Avgör om serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k$$

är konvergent och bestäm i så fall dess summa. (3p)

Fråga 4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \begin{cases} y'(x) = 2 + e^{y(x)}, \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (4p)$$

$$(b) y'(x) + 2xy(x) = x, \quad (3p)$$

$$(c) y''(x) - y'(x) - 6y(x) = \sin(2x). \quad (3p)$$

Fråga 5. Låt D vara området i xy -planet som begränsas av grafen till $f(x) = \cos(2x)$ samt $x = 0$, $x = \pi/4$ och $y = 0$. Beräkna volymen av den kropp som fås då D roteras kring y -axeln. (4p)

Fler uppgifter på nästa sida!

Fråga 6. Vi studerar en population av insekter. Från början finns det 100 insekter. Om populationen inte påverkas av några yttre faktorer så kommer den att öka med en takt som är proportionerlig mot den nuvarande populationen och den kommer att dubblas på 20 dagar. Varje dag flyttar det in 3 insekter till populationen och 8 blir uppätta av fåglar.

Finn ett uttryck för populationens storlek $P(t)$ för samtliga tider $t \geq 0$. (4p)

Fråga 7. Formulera och bevisa formeln för en aritmetisk summa. (3p)

Fråga 8. Härled lösningsformeln för en linjär differentialekvation av första ordningen, det vill säga av typen $y' + g(x)y = h(x)$. (3p)

Lycka till!