

MVE426/MVE425 Matematik, del D, våren 2021

Examinator: Thomas Wernstål

Kursansvarig och telefonvakt: Mattias Lennartsson, ankn. 5325

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal och pennvässare

Tentan har åtta frågor.

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 20–27 poäng, 4:a: 28–34 poäng, 5:a: 35–40 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen. Resultatet meddelas i Ladok. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen efter att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

Fråga 1. Beräkna följande integraler:

$$(a) \int_0^{\pi} x \sin(3x) dx, \quad (b) \int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx, \quad (c) \int \frac{11x + 10}{x^3 + x^2 - 20x} dx. \quad (9p)$$

Fråga 2. Betrakta följande geometriska serie:

$$\frac{1}{3} + \frac{e}{9} + \frac{e^2}{27} + \dots$$

Skriv serien med summabeteckning och beräkna summan av serien. (3p)

Fråga 3. Visa med hjälp av induktion att

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

för alla heltal $n \geq 1$. (5p)

Fråga 4. Lös följande differentialekvationer:

$$(a) \begin{cases} y'(x) = e^{y(x)} \tan(x), \\ y(0) = 0, \end{cases} \quad (3p)$$

$$(b) y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 3x + 4, \quad (3p)$$

$$(c) xy'(x) + y(x) = \sqrt{5x}. \quad (3p)$$

Fråga 5. Beräkna arean av området som begränsas av graferna till $f(x) = 2x^2 + 3x$ och $g(x) = x^3 + x^2 - 9x$. (4p)

Fler uppgifter på nästa sida!

- Fråga 6.** En bassäng innehåller 1000 liter saltvatten. Från början finns det 20 kg salt i bassängen. Hela tiden pumpas saltvatten som innehåller 10 gram salt per liter in i bassängen med en hastighet av 10 liter per minut. Dessutom flödar det ut ur bassängen 10 liter saltvatten per minut. Saltvattnet kan genom omrörning hela tiden vara fullständigt blandat. Beräkna hur mycket salt som finns i bassängen efter 100 minuter. (4p)
- Fråga 7.** Bevisa att om serien $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ är konvergent så gäller det att $\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 0$. (3p)
- Fråga 8.** Formulera och bevisa analysens huvudsats. (3p)

Lycka till!