

Examinator: Thomas Wernstål**Telefonvakt:** Thomas Wernstål, telefon: 031-772 3557**Hjälpmedel:** Alla hjälpmedel är tillåtna

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 22-33 poäng, 4:a: 34-43 poäng, 5:a: 44-52 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen.

Resultatet meddelas i LADOK.

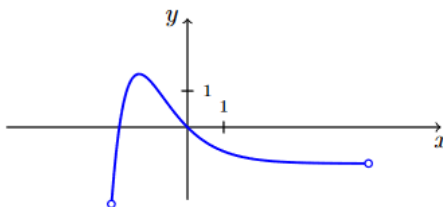
Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida).
Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Låt $A = \int_1^2 \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$ och $B = \int_2^4 \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt$. Beräkna följande integraler, uttryckt i A och B;

(a) $\int_2^4 \sqrt{t} \cos t dt$ (b) $\int_1^2 \sin(x^2) dx$ (c) $\int_{-2}^{-1} \sin(t^2) dt$ (7p)

2. Skissa grafen för någon primitiv funktion till f (vilken som helst), om kurvan $y = f(x)$ ser ut så här;



(4p)

3. Visa med induktion att $\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$, för alla heltal $n \geq 0$ och rella tal $x \neq 1$. (6p)

4. (a) Beräkna den geometriska serien $1/3 + 2/9 + 4/27 + \dots$ (4p)

- (b) I en aritmetisk talföljd är det andra talet 4 och det femte talet 13. Vad är det sjunde talet? (3p)

- (c) Beräkna summan av de hundra första talen i talföljden från deluppgift (b). (3p)

5. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' - \frac{1}{x}y = \frac{1}{x+1}$ som är sådan att $y(1) = 0$. (5p)

6. (a) Skissa det område som begränsas av y -axeln och kurvorna $y = e^{\sqrt{x}} - 2$ och $y = 2 - e^{\sqrt{x}}$ (2p)

- (b) Bestäm arean av området i deluppgift (b) (5p)

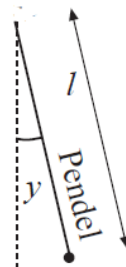
OBS! Fler uppgifter på nästa sida.

7. För en svängande (matematisk) pendel gäller differentialekvationen

$$l y'' + g \sin y = 0$$

där $y = y(t)$ är pendelns vinkel relativt den streckade lodlinjen (se figur), som funktion av tiden t (l är pendelns längd och g är tyngdaccelerationen $g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$)

Differentialekvationen är inte linjär p.g.a. termen $\sin y$. För små pendelutslag, då $|y|$ är litet, kan man dock erhålla approximativa lösningar genom att ersätta $\sin y$ med y i differentialekvationen. Bestäm dessa approximativa lösningar i fallet då $l = 40$.



(4p)

8. En gevärskula träffar en 1 dm tjock vägg vinkelrätt med hastigheten 200 m/s, passerar genom väggen och lämnar den på andra sidan med hastigheten 80 m/s. I väggen bromsas kulan av en kraft, som är proportionell mot kvadraten på kulans hastighet. Beräkna den tid det tar för kulan att passera väggen. (Tips: använd kraftekvationen $F = ma$)

(7p)

Lycka till!