

Tentamen
MVE426/MVE425/MVE640, Matematik, del C
2023-04-11, 14.00–18.00

Telefonvakt: Anna Karlsson, 0721-575850.

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 3:a: 20-31 poäng, 4:a: 32-41 poäng, 5:a: 42-50 poäng.

Resultatet meddelas i LADOK. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS! Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du har sorterat dem! Använd inte röd penna!

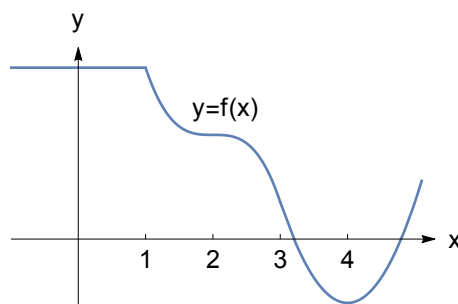
1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x . Ange vilka deriveringsregler du använder och var i dina kalkyler de används. Svara på enklast möjliga form.

(a) $(1+x^2)\arctan x$ (b) $\sqrt{\cos(x/2)}$ (c) $\ln\left(\frac{3-x}{2x}\right)$ (7p)

2. Betrakta kurvan $y = \frac{1}{\ln(x) - \ln(x^2)}$. Bestäm ekvationerna för kurvans tangent och normal i punkten där $x = e^2$. (6p)

3. Bestäm största och minsta värde för $f(x) = x(2x+3)e^{|x|}$ på intervallet $[-3/2, 1]$.
(Tips: $e \approx 2.7$) (6p)

4. Figuren till höger illustrerar grafen till en funktion $f(x)$. Gör ett teckenschema för funktionens derivata och andraderivata. (4p)



5. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{2-x^2}{3-x^2}$.

- (a) Bestäm definitionsområdet och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$.
Motivera väl! (2p)
- (b) Bestäm eventuella vågräta och/eller sneda asymptoter till kurvan $y = f(x)$. (2p)
- (c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)
- (d) Avgör i vilka intervall som kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav. (3p)
- (e) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter ska tydligt framgå av grafen. (2p)

6. En myra som kryper uppför ett grässtrå betraktas uppfifrån genom ett förstoringsglas.
Om myran är på ett avstånd S_1 från förstoringsglasat kan förstoringen beskrivas genom att bilden av myran effektivt är på ett avstånd S_2 från förstoringsglasat, där $1/S_1 + 1/S_2 = 1/f$ och f är fokallängden på linsen i förstoringsglasat (en konstant).
Säg att myran kryper rätt mot förstoringsglasat med en hastighet om 1 cm per sekund, och befinner sig på ett avstånd om 10 cm från förstoringsglasat. Med vilken hastighet ändras då bildens position S_2 , om fokallängden på förstoringsglasat är 20 cm? (5p)

7. (a) Definiera vad som menas med en *strängt växande* funktion. (2p)

(b) Visa att $D[\ln x] = \frac{1}{x}$. (4p)

Det är tillåtet att antingen använda implicit derivering som i bokens bevis,
eller använda gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ som på föreläsning.

8. Formulera och bevisa satsen om derivatans nollställen. (4p)

Lycka till!