

Tentamen
MVE426/MVE425/MVE640, Matematik, del C
2022-04-13 , 14.00–18.00

Examinator och telefonvakt: Thomas Wernstål , telefon: 3557

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 3:a: 20-31 poäng, 4:a: 32-41 poäng, 5:a: 42-50 poäng

Resultatet meddelas i LADOK. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida).

Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

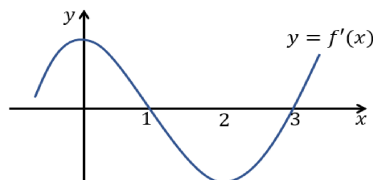
1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x . Ange vilka deriveringsregler du använder och var i dina kalkyler de används. Svara på enklast möjliga form.

(a) $2x\sqrt{x} \ln|x|$ (b) $\sqrt[3]{\cos(3x)}$ (c) $\arctan\left(\frac{x-2}{x+1}\right)$ (7p)

2. Bestäm de punkter på kurvan $y = (6x + 1)e^x$ i vilket kurvans tangent går genom origo. (6p)

3. Bestäm största och minsta värde för $f(x) = x^2 - 5|x - 1| + 3$ på intervallet $[0, 3]$. (6p)

4. Figuren till höger illustrerar grafen till derivatan av en funktion $f(x)$. Rita en ny figur som illustrerar hur grafen till $f(x)$ skulle kunna se ut. Av grafen skall det framgå var $f(x)$ har lokala extrempunkter samt var kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav .



5. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{2x^2 - x + 5}{x + 1}$

- (a) Bestäm definitionsområdet och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl! (2p)

- (b) Bestäm eventuella vågräta och/eller sneda asymptoter till kurvan $y = f(x)$. (3p)

- (c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)

- (d) Bestäm i vilka intervall kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav. (3p)

- (e) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter skall tydligt framgå av grafen. (2p)

6. När en kolv hastigt komprimerar gas i en cylinder kan det antas ske utan värmeutbyte från omgivningen (i en s.k. adiabatisk process). I så fall gäller hela tiden sambandet $P \cdot V^{1.4} = \text{konstant}$, där V är gasens volym och P är gasens tryck i cylindern. Antag att cylindern vid en sådan kompression vid en viss tidpunkt innehåller 10 liter gas och då har trycket 4 bar. Antag vidare att volymen vid samma tidpunkt minskar med hastigheten 1 liter per sekund. Hur snabbt ändras då trycket vid denna tidpunkt ? (4p)

7. (a) Definiera vad som menas med en *strängt växande* funktion. (2p)

- (b) Visa att om $f(x)$ är deriverbar på ett intervall I sådan att $f'(x) > 0$, för alla $x \in I$, så är $f(x)$ strängt växande på I . (4p)

8. Visa att $D[\sin x] = \cos x$. (4p)

Det är tillåtet att använda gränsvärdena $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ och $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$.

Lycka till!