

Tentamen
MVE426/MVE425/MVE640, Matematik, del C
2022-03-17 , 14.00–18.00

Examinator och telefonvakt: Thomas Wernstål , telefon: 3557

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 3:a: 20-31 poäng, 4:a: 32-41 poäng, 5:a: 42-50 poäng

Resultatet meddelas i LADOK. Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida).

Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x . Ange vilka deriveringsregler du använder och var i dina kalkyler de används. Svara på enklast möjliga form.

(a) $\sqrt{x} \cdot \arcsin x$ (b) $\sin^3(2x)$ (c) $\ln\left(\frac{2x+3}{x-2}\right)$ (7p)

2. Bestäm den punkt på kurvan $y = 4x^3 + 2x + 2$ som har normalen $5y + x = 2$. (6p)

3. Bestäm största och minsta värde för funktionen $f(x) = e^x \cos x$ på intervallet $[0, \frac{\pi}{2}]$. (6p)

4. Skissa grafen till en funktion $f(x)$ som stämmer överens med nedanstående teckenschema för dess derivata och andraderivata. Markera i figuren var funktionen har lokala extrempunkter, terasspunkter respektive inflexionspunkter.

x	$<$	0	$<$	1	$<$	2	$<$	3	$<$	4	$<$
$f''(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$+$

 (4p)

5. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

- (a) Bestäm definitionsområdet och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl!. (3p)

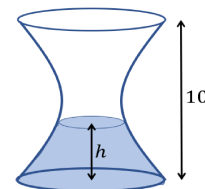
- (b) Bestäm eventuella vågräta och/eller sneda asymptoter till kurvan $y = f(x)$. (3p)

- (c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)

- (d) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter skall tydligt framgå av grafen. (2p)

6. En 10 dm hög timglasformad behållare fylls med vatten med hastigheten 10 liter per minut. Antag att sambandet mellan mängden vatten V (dm^3) och vattennivån h (dm) i behållaren hela tiden ges av;

$$V = 10h + 25 + \frac{1}{5}(h - 5)^3$$



- (a) Med vilken hastighet höjs vattennivån i de ögonblick då $h = 3$, $h = 5$ och $h = 8$? Jämför hastigheterna och förklara. (3p)

- (b) Skissa grafen till h som funktion av tiden t . Av grafen skall det bla. framgå var den är konvex resp. konkav, samt vid vilken tidpunkt behållaren är full. (3p)

7. (a) Definiera begreppet derivata. (2p)

- (b) Visa att $D[\arctan x] = \frac{1}{1+x^2}$. (4p)

8. Formulera och bevisa satsen om derivatans nollställen. (4p)

Lycka till!