

Examinator: Thomas Wernstål**Telefonvakt:** Thomas Wernstål, telefon: 031-772 3557**Hjälpmedel:** Alla hjälpmedel är tillåtna

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 22-33 poäng, 4:a: 34-43 poäng, 5:a: 44-52 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen.

Resultatet meddelas i LADOK.

Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida).Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

-
1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x . Redovisa tydligt varje steg i kalkylerna och förenkla så långt som möjligt. För att få poäng måste du också redovisa vilka deriveringsregler som används och var i kalkylerna de används.

(a) $\ln(x^2) - \ln(2x)$ (b) $\frac{x \tan x}{x + \tan x}$ (c) $\sin(2 \arcsin \frac{1}{x})$ (7p)

2. Antag att f är en funktion sådan att $f'(3) = 5$. Antag vidare att $g(x) = f(\sqrt{5x^2 - 11})$. Vad är då värdet på $g'(2)$? (4p)

3. Beräkna derivatan av $f(x) = 1/(e^x + 1)$ med derivatans definition. (4p)

Anm. Vid behov får s.k. standardgränsvärden användas (utan att bevisas).

4. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$

- (a) Bestäm definitionsmängden och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl! (3p)

- (b) Undersök om kurvan $y = f(x)$ har några vågräta och/eller sneda asymptoter? Motivera väl! (3p)

- (c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)

- (d) Avgör i vilka intervall som kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav. (3p)

- (e) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter skall tydligt framgå av grafen. (2p)

5. Finn den rätvinkliga triangel med area 2 a.e. som har kortast hypotenusan. Av lösningen skall det framgå att den funna triangeln verkligen har kortast möjliga hypotenusan. (6p)

6. Bestäm skärningspunkten mellan tangenterna till kurvan $y = 2x - x^2$ i de punkter där $x = 0$ respektive $x = 2$. Skissa även kurvan och tangenterna och markera speciellt ut tangenternas skärningspunkt i figuren. (5p)

7. Kalle leker med en badboll (som har formen av ett klot) på stranden. Badbollen har diametern 20 dm vid det tillfälle då radien minskar med 0.1 dm/h, när luften pyser ut ur Kalles badboll. Med vilken hastighet minskar volymen vid detta tillfälle? (4p)

8. Bestäm konstanten a så att funktionen $f(x) = 2x + \frac{1}{2x + a}$ får ett lokalt maximum för $x = 1$. (6p)

Lycka till!