

Examinator: Thomas Wernstål**Telefonvakt:** Thomas Wernstål, telefon: 031-772 3557**Hjälpmedel:** Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 22-33 poäng, 4:a: 34-43 poäng, 5:a: 44-52 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen.

Resultatet meddelas i LADOK, och bör synas senast 2020-05-04.

Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan senast 2020-05-04.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida). Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!

1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x :

(a) $\sin(2x) \cos(2x)$ (b) $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x + 2}$ (c) $\arctan \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$ (7p)

2. Beräkna derivatan av $f(x) = 1/\sqrt{x+1}$ med derivatans definition. (4p)

3. Betrakta funktionen $f(x) = 3x + 2 \ln(x^2 - x)$

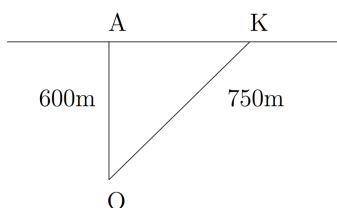
(a) Bestäm definitionsområdet och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl! (3p)

(b) Undersök $f(x)$ då $x \rightarrow \infty$ resp. $x \rightarrow -\infty$. Har kurvan $y = f(x)$ några vågräta och/eller sneda asymptoter? Motivera väl! (3p)

(c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)

(d) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter skall tydligt framgå av grafen. (2p)

4. En orienterare befinner sig i en skog och skall till en kontroll som ligger vid en rak stig. Till kontrollen är det fågelvägen 750 meter och (det kortaste) avståndet till vägen är 600 meter. I skogen springer orienteraren med hastigheten 6 kilometer i timmen och på stigen med hastigheten 10 kilometer i timmen. Hur skall orienteraren springa för att så snabbt som möjligt komma till kontrollen? (Räknehjälp: $750^2 - 600^2 = 450^2$ och $10^2 - 6^2 = 8^2$). (6p)



5. Låt $f(x) = xe^{1/x}$

(a) Bestäm, för varje värde på konstanten C , antalet lösningar till ekvationen $f(x) = C$. (5p)

(b) Vad är värdemängden till $f(x)$? (1p)

(c) Bestäm i vilka intervall som kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav. (3p)

6. Bestäm ekvationerna för de tangenter till kurvan $y = 1/x$ som går genom punkten $(0, 3)$. (5p)

7. Formulera och bevisa satsen om sambandet mellan kontinuitet och deriverbarhet. (4p)

8. Formulera och bevisa produktregeln för derivata. (4p)

Lycka till!