

MVE425/426, Matematik för Tekniskt Basår, del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-31 p, 4: 32-41 p, 5: 42-50 p

Till samtliga beräkningsuppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Förenkla så långt som möjligt: (3 p)

$$2 \ln(xy) + \ln\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) - \ln(x^3 + y^3) + \ln(x^2 - xy + y^2)$$

- (b) Beräkna inversen till funktionen $f(x) = 1 + \ln(\sqrt{x-2})$ och bestäm inversens definitions- och värdemängd. (3 p)

2. Triangeln ABC har sidorna a , b och c , med motstående vinklar α , β , respektive γ . Det är givet att $a = 2$ cm, $b = \sqrt{8}$ cm och $\alpha = 30^\circ$. Lös triangeln. (5 p)

3. Beräkna gränsvärdena:

(a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{27x^3 + 13}}{\sqrt{5x^2 + 7x + 2}}$ (3 p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1}}{\tan(2x)}$ (3 p)

4. Lös de reella ekvationerna:

(a) $\ln(x+2) - \ln(2-x) = 3 \ln(2)$ (3 p)

(b) $3 \tan(x) = 2 \cos(x)$ (3 p)

(c) $\cos(x) + \sqrt{3} \sin(x) = \sqrt{3}$ (3 p)

5. Lös de komplexa ekvationerna:

(a) $\frac{z}{2i} - \frac{\bar{z}}{3i} = \frac{5}{3} - \frac{1}{6}i$ (3 p)

(b) $z^6 = -1$. Svara på formen $a + ib$. (4 p)

Var god vänd!

6. (a) Förenkla $\frac{(-\sqrt{3}+i)^7(2-i\sqrt{12})^5}{(1-i)^{28}}$. Svara på formen $a+ib$. (4 p)

(b) Bestäm $a \in \mathbb{R}$ så att $\frac{1}{1-3i} + \frac{1}{1+ai}$ blir reellt. (3 p)

7. (a) Definiera vad som menas med att en funktion $f(x)$ är *kontinuerlig* i en punkt $a \in D_f$. (1 p)

(b) Bestäm de reella talen a och b så att funktionen: (5 p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(6x)}{2x} & \text{då } x < 0 \\ a\sqrt{x} + b & \text{då } 0 \leq x \leq 4 \\ \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 6x + 8} & \text{då } x > 4 \end{cases}$$

blir kontinuerlig för alla $x \in \mathbb{R}$.

8. Formulera och bevisa *areasatsen*. (4p)

Lycka till!
/Hossein

Formelblad

Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta) \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha) \tan(\beta)}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta) \quad \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot(\alpha) \cot(\beta) \mp 1}{\cot(\alpha) \pm \cot(\beta)}$$

Obs! När det står flera $\pm$ och/eller $\mp$ i en formel så svarar de övre tecknena mot varandra och de undre tecknena mot varandra. Man ska alltså inte kombinera övre tecknet på ena ledet med undre tecknet på andra ledet.

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \quad \cot(2\alpha) = \frac{\cot^2(\alpha) - 1}{2 \cot(\alpha)}$$