

MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placering-lista.**

Betygsgränser: För godkänt på tentan krävs 20 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 32 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamen (utav 50p).

Hjälpmedel: Formler utdelade med tesen (tryckta på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Lösningsförslag publiceras på kurshemsidan.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker.

1. Bestäm definitionsmängderna till följande funktioner:

(a) $f(x) = \ln \sqrt{2x - 1}$, (2p)

(b) $g(x) = \sin(\ln(x^2 + 2x + 2))$. (2p)

2. Låt $f(x) = \ln(x + 1) - \ln(x + 2)$.

(a) Bestäm definitionsmängden till $f(x)$. (2p)

(b) Bestäm formeln till inversen av $f(x)$. (3p)

(c) Bestäm x , om det existerar, så att:

i. $f(x) = \ln \frac{1}{2}$ (1p)

ii. $f(x) = \ln 2$ (1p)

3. Beräkna

(a) $\cos \frac{\pi}{12}$ (2p)

(b) $\tan \frac{5\pi}{12}$ (2p)

4. Beräkna följande gränsvärdena:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{4+x^2} \sin(3x)}{\sin(2x) \cos(4x)} + 12 \right)$. (3p)

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2} - 2x + 1$. (4p)

5. Bestäm a så att $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x} + \frac{a}{x^2-1} \right)$ existerar och beräkna gränsvärdet. (4p)

VÄND!

6. Lös följande ekvationerna (a) till (c) för $x \in \mathbb{R}$, och ekvationerna (d) och (e) för $z \in \mathbb{C}$.

$$(a) \lg(2 \ln x - 6) = 1 \quad (2p)$$

$$(b) \sin(2x) = \cos x \quad (3p)$$

$$(c) e^{2x} - 4e^x = 5 \quad (3p)$$

$$(d) (z + 2)^4 = 1 \quad (4p)$$

$$(e) 2iz^2 - iz = e^{i\frac{\pi}{2}} \quad (2p)$$

7. (a) Formulera areasatsen. (2p)

(b) Bevisa areasatsen för spetsiga och trubbiga vinklar. (4p)

$$8. \text{ Låt } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{då } x < 4 \text{ och } x \neq 2 \\ 5 & \text{då } x = 2 \\ (x^2 - 10)^2 & \text{då } x \geq 4 \end{cases}.$$

(a) Avgör om gränsvärdet av $f(x)$ existerar då (2p)

i. x går mot 2,

ii. x går mot 4.

(b) Avgör om $f(x)$ är kontinuerlig i (2p)

i. $x = 2$,

ii. $x = 4$. Eftersom $\lim_{x \rightarrow 4}$ existerar inte så f INTE kontinuerlig i $x = 4$.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker.

Formelblad

Additions-och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

OBS: När det står flera $\pm$ och/eller $\mp$ i en formel så svarar de övre tecknena mot varandra och de undre tecknena mot varandra. (Man ska alltså inte kombinera övre tecknet på ena ledet med undre tecknet på andra ledet.)

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cot \alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$