

MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista.**

Betygsgränser: För godkänt på tentan krävs 20 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 32 resp. 42 poäng sammanlagt på tentamen (utav 50p).

Hjälpmedel: Formler utdelade med tesen (tryckta på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan.

OBS: Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker.

-
1. Bestäm definitionsmängderna till följande funktioner:

(a) $f(x) = \ln \frac{2x-3}{x-5},$ (3p)

(b) $g(x) = \ln(x) - \ln(-x) + \lg((-x)^6) - \sin(x^3 - 1) + \sqrt{2345}.$ (2p)

2. (a) Bestäm inversen till funktionen (2p)

$$f(x) = 1 + \sqrt{2 - x}$$

- (b) Bestäm definitionsmängden och värdemängden till inversen. (2p)

3. Bestäm x -koordinaten till skärningspunkten mellan kurvorna $y = 2 \cdot 3^x$ och $y = 4 \cdot 2^x$. (4p)

4. Beräkna följande gränsvärdena.

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-2}{x^2-3x+2}.$ (1p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{\sin(3x)}.$ (2p)

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + x}.$ (4p)

5. Lös följande ekvationerna (a) och (b) för $x \in \mathbb{R}$, och ekvationerna (c) och (d) för $z \in \mathbb{C}$.

(a) $\lg(\ln(\lg x)) = 0$ (3p)

(b) $\sin(2x) = \sin(3x + \frac{\pi}{6})$ (3p)

(c) $2z + (1 - i)\bar{z} = 1$ (3p)

(d) $z^4 = 1 + i.$ (3p)

VÄND!

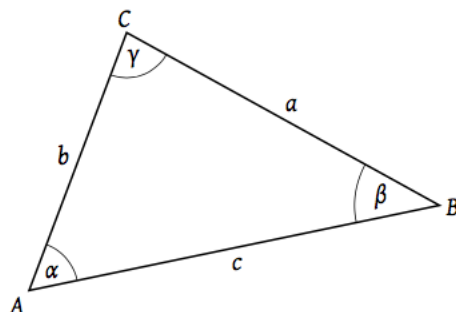
6. (a) Formulera Eulers formler. (2p)
 (b) Välj en av formlerna och bevisa det. (3p)
 (c) Visa att $\cos^2(x) = \frac{\cos(2x)+1}{2}$ med hjälp av:
 i. Euler's formel. (2p)
 ii. dubbelvinkelsformel för cosinus. (2p)

7. Bestäm de reella tal a och b så att funktionen (5p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{då } x < 1 \\ ax + b & \text{då } 1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{då } x \geq 2 \end{cases}$$

är kontinuerlig på hela $\mathbb{R}$.

8. Antag att $a = 4\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$ och vinkeln $\gamma = 60^\circ$ i triangeln i figuren nedan.



- (a) Beräkna längden c av sidan AB , (ge svaret på exakt form). (2p)
 (b) Beräkna vinklarna α och β . (2p)

Formelblad

Additions-och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

OBS: När det står flera $\pm$ och/eller $\mp$ i en formel så svarar de övre tecknena mot varandra och de undre tecknena mot varandra. (Man ska alltså inte kombinera övre tecknet på ena ledet med undre tecknet på andra ledet.)

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cot \alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$

Värdena på sinus och cosinus för några ovanliga vinklar

α	41°	49°	19°	71°
$\sin \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	$\frac{2}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$	$\frac{5}{2\sqrt{7}}$
$\cos \alpha$	$\frac{2}{\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	$\frac{5}{2\sqrt{7}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$