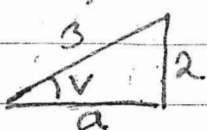


## Lösningar:

1a.  $\left(6 \frac{s}{\sqrt{t}}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2\sqrt{t}} \cdot \frac{\sqrt[4]{t^3}}{\sqrt{s}}\right)^6 = (2 \cdot 3)^3 \cdot \frac{s^3}{(t^{1/2})^3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \frac{1}{(t^{1/2})^6} \cdot \frac{((t^3)^{1/4})^6}{(s^{1/2})^6} =$   
 $= 2^3 \cdot 3^3 \cdot s^3 \cdot t^{-3/2} \cdot 2^{-6} \cdot t^{-3} \cdot t^{3/4 \cdot 6} \cdot s^{-3} = 2^{3-6} \cdot 3^3 \cdot s^{3-3} \cdot t^{-3/2-3+9/2}$   
 $= 2^{-3} \cdot 3^3 \cdot s^0 \cdot t^0 = \frac{27}{8} \quad \text{Svar: } \frac{27}{8}$

1b.  $(2x+3y)^3 = (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot (3y) + 3 \cdot (2x) \cdot (3y)^2 + (3y)^3$  + 2 1  
1 3 3 1  
 $= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

1c.  $\sin v = \frac{2}{3}$  :  
  
Pythagoras sats  $a^2 + 2^2 = 3^2$ ,  $a^2 = 5$   
 $a = \sqrt{5}$   
Svar:  $\cos v = \frac{a}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$   
 $\tan v = \frac{2}{a} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

2. Volymen av en kon är  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$   
där  $B = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ dm}^2$  ( $r = 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$ )  
Eftersom  $V = 1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$  så är  
 $h = \frac{3V}{B} = \frac{3}{\pi} \text{ dm}$

Mantelarean är

$$M = \pi \cdot r \cdot \sqrt{r^2 + h^2} = \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^2}$$

$$= \pi \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{3}{\pi}\right)^2} = \sqrt{\pi^2 + 9} \text{ dm}^2$$

3.  $\begin{cases} x+2y-z=1 \\ 2x+7y-3z=4 \\ 3x+7y-z=6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} (-2) & (-3) \end{smallmatrix}} \begin{cases} x+2y-z=1 \\ 3y-z=2 \\ y+2z=3 \end{cases}$

$$\begin{cases} x+2y-z=1 \\ y+2z=3 \\ 3y-z=2 \end{cases} \xrightarrow{(-3)} \begin{cases} x+2y-z=1 \\ y+2z=3 \\ -7z=-7 \end{cases} \xrightarrow{(-\frac{1}{7})} \begin{cases} x+2y-z=1 \\ y+2z=3 \\ z=1 \end{cases}$$

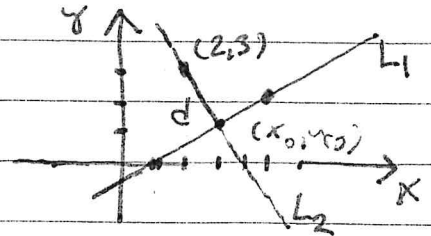
Dvs

$$z=1, y=3-2z=1, x=1-2y+z=1-2+1=0 \quad \text{Svar: } \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

4. En linje  $L_1$  som går genom punkterna  $(1,0)$  och  $(5,2)$   
har rikningskoefficient  $k_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Ekvationen för linjen ges av (en punkts formel)

$$y - 0 = k_1 \cdot (x - 1) = \frac{1}{2}(x - 1),$$
$$L_1: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$



Avståndet från  $(2,3)$   
till linjen  $L_1$  beräknar vi  
genom att bestämma linjen

$L_2$  som är vinkelrät mot  $L_1$  och som går genom  
punkten  $(2,3)$ . Vi bestämmer sedan skärnings-  
punkten mellan  $L_1$  och  $L_2$  och avståndet till  $(2,3)$   
med avståndsformeln:  $d = \sqrt{(x_0 - 2)^2 + (y_0 - 3)^2}$ .

Om  $k_2$  är rikningskoefficienten för  $L_2$  så gäller  
 $k_1 \cdot k_2 = -1$ , dvs  $k_2 = -1/k_1 = -1/(1/2) = -2$ .

En punkts formel ger då att

$$L_2: y - 3 = -2(x - 2) = -2x + 4, \quad y = -2x + 7$$

Skärningspunkten mellan  $L_1$  och  $L_2$  ges av

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = -2x + 7 \Leftrightarrow x - 1 = -4x + 14$$

$$\Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3.$$

Insättning i  $y = -2x + 7 \mid_{x=3} = 1$

Dvs  $(x_0, y_0) = (3, 1)$

$$\text{Svar: } d = \sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \underline{\underline{\sqrt{5}}}$$

5. a)  $y = |x+2| - |x-3|$ . Brytpunkter är  $x = -2$  och  $x = 3$

1)  $x < -2$  2)  $-2 \leq x < 3$  3)  $x \geq 3$

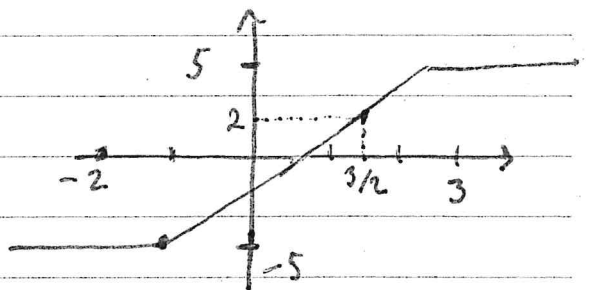
Fall 1)  $x < -2$ :  $y = -(x+2) - (- (x-3)) = -x-2+x-3 = -5$ .

2)  $-2 \leq x < 3$ :  $y = x+2 - (- (x-3)) = x+2+x-3 = 2x-1$

3)  $x \geq 3$ :  $y = x+2 - (x-3) = x+2-x+3 = 5$

Dvs

$$y = \begin{cases} -5 & \text{om } x < -2 \\ 2x-1 & \text{om } -2 \leq x < 3 \\ 5 & \text{om } x \geq 3 \end{cases}$$



b)  $y = 2$  infaller i fall 2)

Vi får de  $2x-1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  Svar:  $x = \frac{3}{2}$

6. Lös olikheten

$$\frac{2}{x^3+2x^2} + \frac{2}{x} \geq \frac{2}{x+2} - 1 = \frac{-x-1}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x^3+2x^2} + \frac{2}{x} + \frac{x+1}{x+2} \geq 0$$

Faktoriser  
nämnarna och  
bestäm MGN

$$x^3+2x^2 = x^2 \cdot (x+2)$$

$$MGN = x^2 \cdot (x+2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 + 2 \cdot x(x+2) + x^2(x+1)}{x^2(x+2)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^3 + 3x^2 + 4x + 2}{x^2(x+2)} \geq 0$$

Faktoriser  
täljaren

Vi söker heltalsrötter till täljaren  $T(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 2$   
Möjliga sådana är  $\pm 1, \pm 2$  (delar termen  $a_0 = 2$ )

→

6 (forts)

Endast  $T(-1) = 0$ , dvs  $x+1$  är en faktor i  $T(x)$  och delar  $T(x)$ :

Dvs

$$T(x) = (x+1)(x^2+2x+2)$$

Vi noterar också att

$$x^2+2x+2 = (x+1)^2 + 1 \geq 1 > 0 \text{ för alla } x$$

$$\begin{array}{r} x^2+2x+2 \\ x+1 \overline{) x^3+3x^2+7x+2} \\ \underline{-(x^3+x^2)} \phantom{+2} \\ 2x^2+4x+2 \\ \underline{-(2x^2+2x)} \phantom{+2} \\ 2x+2 \\ \underline{-(2x+2)} \\ 0 \end{array}$$

Dvs (\*)  $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x^2+2x+2)}{x^2(x+2)} \geq 0$  vi delar med  $x^2+2x+2$ :

$$\Leftrightarrow R(x) = \frac{x+1}{x^2(x+2)} \geq 0$$

Vi har brytpunkter  $-2, -1$  och  $0$

|        | $-2$ | $-1$ | $0$ |     |
|--------|------|------|-----|-----|
| $x+2$  | $-$  | $0$  | $+$ | $+$ |
| $x+1$  | $-$  | $-$  | $0$ | $+$ |
| $x^2$  | $+$  | $+$  | $+$ | $0$ |
| $R(x)$ | $+$  | $-$  | $+$ | $+$ |

g:det                  g:det

Svar:

$$(x < -2) \vee (-1 \leq x < 0) \vee (x > 0)$$

7.  $x^2 - 2x + 9y^2 - 18y + c = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + 9(y-1)^2 - 9 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 9(y-1)^2 = 10 - c$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{10-c} + \frac{(y-1)^2}{(10-c)/9} = 1$$

Endast då  $c < 10$  har vi en ellips. Den långa halvaxeln är

$$\sqrt{10-c} = 3 \text{ ger } \underline{\underline{c=1}}$$

b) Medelpunkt är  $(1,1)$   
Halvaxlar är 3 och 1

$$\frac{(x-1)^2}{3^2} + (y-1)^2 = 1$$

