

Måndag 17 augusti 2020 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt:

Tillåtna hjälpmedel: allt utom mänsklig assistans.

Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp2 2019, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas.

1. Beräkna integralen $\int_0^{\infty} x e^{-2x} dx$ (3p)
2. Beräkna integralen $\int_{-1}^2 |x^3 - 3x| dx$ (3p)
3. Bestäm alla x för vilka serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x-1)^n}{n^2}$ konvergerar. (5p)
4. Beräkna $\sum_0^{\infty} \frac{n+1}{n!}$ (6p)
5. Området som begränsas av y -axeln, kurvan $x = y^{\frac{3}{2}}$ samt tangenten till denna kurva i punkten $(1,1)$ roterar kring y -axeln. Beräkna rotationsvolymen. (6p)

6. En tank innehåller 100 liter rent vatten. En saltlösning med 1 gram salt per liter hålls ner i tanken med hastigheten 1 liter per minut. Samtidigt töms tanken med hastigheten 3 liter per minut. Hur mycket salt finns i tanken som mest och vid vilken tidpunkt sker detta? Vi förutsätter att innehållet i tanken hela tiden rörs om så att saltet fördelas likformigt. **(8p)**

7. Använd Maclaurinutvecklingar för att bestämma de värden på konstanten a som gör att gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2(3x) - 1}{x \sin(ax)}$ existerar. Beräkna gränsvärdet för dessa värden på a . **(6p)**

8. a. Bestäm konstanter a, b, c och d sådana att $ax + b \leq \sqrt{1+x} \leq cx + d$ då $0 \leq x \leq 1$ **(2p)**

- b. Visa med hjälp av uppskattningen i uppgift a. att $2.4 \leq \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin^2 x} dx \leq 2.5$ **(6p)**

(För att lösa uppgift b. krävs det förstås att konstanterna är tillräckligt bra.)

9. Låt $\sum_1^\infty a_n$ vara en konvergent serie där $a_n > 0$ och $a_n \neq 1$
- a. Avgör om serien $\sum_1^\infty (a_n)^2$ är konvergent. **(2p)**
- b. Avgör om serien $\sum_1^\infty \frac{a_n}{1-a_n}$ är konvergent. **(3p)**