

Måndag 19 augusti 2019 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Barbara Schnitzer, ank 5325

Tillåtna hjälpmedel: bifogat formelblad.

Tentamen rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp2 2018, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Där anges också tid och plats för granskning.

Till uppgift 1 – 3 skall svar och kortfattade lösningar lämnas på ett separat blad som medföljer tesen. Svar och lösningar kan inte lämnas på andra ställen.

1. Beräkna följande integraler:

a. $\int x \cdot \arctan x \, dx$ (3p)

b. $\int_0^1 x\sqrt{x+2} \, dx$ (3p)

c. $\int_{-3}^0 |x^2 + 3x + 2| \, dx$ (4p)

2. Avgör om följande serier är konvergenta:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-2 \ln n}$ (2p)

b. $\sum_{n=0}^{\infty} n^4 2^{-n}$ (3p)

3. Lös differentialekvationen $y'' + 4y = \sin x$
om $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ (5p)

Till uppgift 4 – 8 skall tydliga motiveringar ges

4. Bestäm alla x för vilka potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n}$ konvergerar. **(5p)**

5. Använd Maclaurinutvecklingar för att bestämma gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{x}{6} - \frac{1}{x} \right) \quad \mathbf{(6p)}$$

6. Bestäm konstanten a så att integralen $\int_1^{\infty} \frac{3x}{x^2+1} - \frac{a}{x} dx$ blir konvergent. Beräkna integralen för detta värde på a . **(6p)**

7. Låt P vara en godtycklig punkt på en deriverbar kurva. Dra kurvans normal i P och kalla skärningspunkten mellan denna normal och x -axeln N . Antag att sträckan mellan origo och P är lika lång som sträckan mellan P och N . Antag vidare att kurvan går genom punkten $(1,2)$. Bestäm en ekvation för kurvan. **(7p)**

8. a. Ange formeln för båglängden av en funktionskurva $y = f(x)$ **(2p)**

b. Låt x vara ett tal > 0 . Visa att

$$\int_0^x \sqrt{1 + e^{2t}} dt > \sqrt{e^{2x} - 2e^x + 1 + x^2} \quad \mathbf{(4p)}$$

Anonym kod	TMV138/181	Poäng
------------	------------	-------

På denna och nästa sida redovisas svar och kortfattade lösningar till uppgift 1 – 3.

1 a.

Svar:

1 b.

Svar:

1 c.

Svar:

2 a.

Svar:

2 b.

Svar:

3.

Svar: