TENTAMEN I ANALYS FÖR Z OCH TD1, TMV138/181 **CHALMERS**

Onsdag 16 januari 2019 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Felix Held, ank 5325

Tillåtna hjälpmedel: bifogat formelblad.

Tentamen rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp2 2018, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Där anges också tid och plats för granskning.

Till uppgift 1 – 3 skall svar och *kortfattade* lösningar lämnas på ett separat blad som medföljer tesen. Svar och lösningar till dessa uppgifter kan inte lämnas någon annanstans.

1. Beräkna följande integraler:

   a. $\int_1^4 \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$ **(3p)**

   b. $\int \quad x^3 \ln x \, dx$ **(3p)**

   c. $\int_0^\infty \frac{dx}{e^x+e^{-x}}$ **(4p)**

2. Avgör om följande serier är konvergenta:

   a. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5n+\sqrt{n}}{n^3+3n+1}$ **(2p)**

   b. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ **(3p)**

3. Lös differentialekvationen $y'' + 4y = 4x^2 - 1$, med begynnelsevillkor $y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$ **(5p)**

Till uppgift 4 – 9 skall tydliga motiveringar ges

4. Bestäm alla *x* för vilka potensserien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x-4)^n}{\sqrt{n}}$ konvergerar. **(5p)**

5. Beräkna volymen av den figur vars bas är området ***ovanför*** *x*-axeln och ***under*** kurvan $y = 1 - x^2$. Tvärsnitt i rät vinkel mot *x*-axeln är liksidiga trianglar. **(6p)**

6. Använd Maclaurinutvecklingar för att bestämma gränsvärdet

$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+\sin x^2) - x^2}{2\cos x - e^{-x^2} - 1}$$ **(5p)**

7. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y' = y(4-y)$ där *y* är en funktion av $t \geq 0$.
Antag att vi lägger till ett begynnelsevillkor $y(0) = a$ där *a* är en konstant med $a \geq 0$.
Vad händer med lösningen $y(t)$ då $t \to \infty$ för olika värden på *a*? **(7p)**

8.
   a. Formulera integralkriteriet för en positiv avtagande serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **(2p)**

   b. Visa att olikheten
   $\frac{1}{2N^2} < \sum_{k=N}^{\infty} \frac{1}{k^3} < \frac{1}{2(N-1)^2}$
   gäller för alla heltal $N > 1$ **(5p)**

Anonym kod	TMV138/181	Poäng

På denna och nästa sida redovisas svar och kortfattade lösningar till uppgift 1 – 3.

1 a.

Svar: ……..

1 b.

Svar: ……..

1 c.

Svar: ……..

2 a.

Svar: …….

2 b.

Svar: …….

3.

Svar: …….