

Matematisk analys i en variabel Z1 (TMV135)
2005-08-19

Skrivtid: 8.30–12.30

Hjälpmedel: Inga, ej heller räknedosa. Formelsamling på baksidan.

Telefon: Erik Broman, 076-272 18 60.

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-29 poäng, betyg 4: 30-39 poäng, betyg 5: 40-50 poäng.

Skriv linje och inskrivningsår på skrivningsomslaget. Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade blad. Sortera uppgifterna i ordning och numrera sedan bladen löpande. Besked om rättning av tentan ges på kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv135/0405/

1. Beräkna

$$\int_0^{\infty} \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx. \quad (6p)$$

2. Lös differentialekvationen

$$y'' - 2y' + 2y = e^x, \quad y(0) = y(\pi/2) = 0. \quad (6p)$$

3. Beräkna den obestämda integralen

$$\int \frac{1}{(x+1)^2(x^2+1)} dx. \quad (6p)$$

4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin(2x) - 2x}{x^3}. \quad (6p)$$

5. (a) Beskriv hur man i MATLAB löser ett linjärt ekvationssystem, och ge sedan den kod som behövs

$$\text{för att lösa nedanstående ekvationssystem. } \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 11 \\ x_1 + 12x_2 + 21x_3 + 3x_4 = 19 \\ -4x_1 + 13x_2 + 20x_3 + 8x_4 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + -x_4 = 14 \end{cases}$$

(b) Beskriv hur man i MATLAB med hjälp av ode45 kan lösa differentialekvationen

$$y' = xy^2 + \sqrt{x}, \quad y(0) = 1$$

på intervallet $0 \leq x \leq 1$. Skriv ner de funktionsfiler du behöver och ge också kommandot för att plotta lösningen. (6p)

6. På en ö har minkar lyckats etablera sig. Biologer bedömer att populationens utveckling kan beskrivas med differentialekvationen

$$y'(t) = A y(t)(1000 - y(t)),$$

där $y(t)$ är antalet minkar efter t år och A är en obekant konstant. År 2004 beräknas antalet minkar till 100 stycken och år 2005 till 250 stycken. Hur många minkar förväntar man sig att finna år 2006? (6p)

7. Ett konstverk har formen av ett solitt halvklot med radie 1 meter, som ligger med den flata ytan mot marken. Det är tillverkat av ett plastmaterial sådant att densiteten på höjden h meter över marken är $1 + h$ kg/m³. Beräkna klotets totala massa. (6p)

8. (a) Formulera entydighetssatsen för Maclaurinutvecklingar.

(b) Beräkna $f^{(101)}(0)$, där

$$f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt. \quad (8p)$$

Lycka till!

LF