

Tenta i MVE585/TMV157 i Inledande matematik

Tips: Börja lösa uppgifter från den som verkar vara lättast, ta sedan den som känns vara näst lättast o.s.v.

Till följande uppgifter (a) till (f) skall kortfattade lösningar inlämnas. De ger totalt 16 poäng.

1. (a) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{1+x+x^2} - x)$

- (b) Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet. (4p)

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 9 \end{cases}$$

- (c) Bestäm om vinkeln mellan vektorer $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ och $\vec{w} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ är spetsig eller trubbig. (1p)

- (d) Bestäm definitionsmängden och värdemängden av funktionen $g(x) = \sqrt{\arcsin(x)}$. Visa att den är inverterbar. (3p)

- (e) Bestäm ekvationen för tangentlinjen till kurvan med ekvationen $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ i punkten (x_0, y_0) där $x_0 = \frac{1}{8}$ och $y_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^{3/2}$. (3p)

- (f) Beräkna derivatan till funktionen $f(x) = \arctan(x^2) \sin(2x)$ (2p)

Till följande uppgifter skall **fullständiga** lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.**

2. (a) Bestäm minimala avståndet mellan punkten $(2, -1, 0)$ och linjen given med ekvationer på normal form:

$$\frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-1}{2}$$

- . (4p)

- (b) Skriv en ekvation för planet som går genom skärningslinjen av planen med ekvationer $4x - y + 3z - 1 = 0$ och $x + 5y - z + 2 = 0$, och genom punkten $(1, 1, 1)$.

- Tips.** Använd konstruktionen med pencil of planes (knippe plan på svenska) (4p)

3. Betrakta funktionen $g(x) = (\sqrt{x})e^{-x}$
- (a) Bestäm dess definitionsmängd, kritiska punkter, singulära punkter, lokala extrempunkter, intervall där funktionen är växande och avtagande, globalt maximum och globalt minimum (om de existerar). **(3p)**
 - (b) Bestäm böjningspunkter (inflection points), och de intervall där funktionen är konvex och konkav. **(3p)**
 - (c) Rita en skiss av grafen till funktionen. **(2p)**
4. Bestäm radien av den cylindern inskriven i en sfär med radien R , som har maximala möjliga volumen. Beräkna den volumen. **(6p)**

5. Bestäm definitionsmängden och alla asymptoter till grafen av funktionen

$$f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - x}.$$

Skissa grovt funktionens graf och dess asymptoter. **(6p)**

6. (a) Ange definitionen för en kontinuerlig funktion. **(1p)**
- (b) Formulera och bevisa satsen om att en funktion deriverbar i en punkt a måste vara kontinuerlig i den punkten. **(5p)**

Maxpoäng på tentan är 50.

Betyggränser för poäng på tentamen, inklusive eventuella bonuspoäng är: **3:** 20; **4:** 30; **5:** 40.

Lösningar läggs ut på kursens sida i Canvas. Resultat meddelas via Ladok.