

1. a) **Svar:** -2

b) **Svar:** $-2y_1^2 + 3y_2^2$

c) **Svar:** 6

d) **Svar:** $B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 6 & -4 & 5 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

e) **Svar:** $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2s + t \\ s \\ s \\ -t \\ t \end{bmatrix}$

f) **Svar:** $\mathcal{B} = \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_4\}$ där \mathbf{c}_k är kolonn k i matrisen C .

2. Enligt sats är $\text{Col}(A)^\perp = \text{Nul}(A^T)$, alltså $\mathbf{x} \in \text{Col}(A)^\perp \Leftrightarrow A^T \mathbf{x} = \mathbf{0}$

Svar: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2t \\ -s + t \\ -2t \\ s \\ 2t \end{bmatrix}$

3. a) Gram-Schmidts ortogonaliseringsprocedur ger ortogonal bas $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3\}$ där $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1$,

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_2 - \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{u}_1\|^2} \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T, \text{ och}$$

$$\mathbf{u}_3 = \mathbf{v}_3 - \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{v}_3}{\|\mathbf{u}_1\|^2} \mathbf{u}_1 - \frac{\mathbf{u}_2 \cdot \mathbf{v}_3}{\|\mathbf{u}_2\|^2} \mathbf{u}_2 = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Normering ger ON-basen $\{\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\mathbf{u}}_2, \hat{\mathbf{u}}_3\}$ där $\hat{\mathbf{u}}_1 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}^T$, $\hat{\mathbf{u}}_2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}^T$ och $\hat{\mathbf{u}}_3 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$.

b) Projektionen av \mathbf{u} på W är $\begin{bmatrix} 5 & 6 & -4 & 2 \end{bmatrix}$.

4. a) För $p = 4$ och för $p = -2$.

b) $p = 4$ ger lösningen $\mathbf{x} = s \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T + t \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

5. Eftersom $\text{Rank}(A) = \text{Rank}([A \ B]) = 3$ så är $\dim(\text{Nul}(A)) = 5 - 3 = 2$. Ekvationen $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ har därför lösningen $\mathbf{x} = r\mathbf{v}_1 + s\mathbf{v}_2$. Lösningen till $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_1$ är $\mathbf{x} = \mathbf{u}_1 + r\mathbf{v}_1 + s\mathbf{v}_2$, lösningen till $A\mathbf{x} = \mathbf{b}_2$ är $\mathbf{x} = \mathbf{u}_2 + t\mathbf{v}_1 + u\mathbf{v}_2$.

Svar: $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r & t \\ s & u \end{bmatrix}$

6. **Svar:** S F F F S F.

7. .

a) se boken

b) se boken

c) **Svar:** $d_1 v_1$.