

Tentamen i MVE018/017/TMV139 Matematisk analys i en variabel för I1 och Z1.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från hösten 2023 inkluderas. Lösningar läggs ut på kursens sida i Canvas senast 6/4. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället. **Lösningar ska vara fullständiga, kalkyler ska redovisas, använda metoder från kursen och kunna följas stegvis. Svar ska förenklas.**

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Lös differentialekvationen $x y' + y^2 = 1$ när $x > 0$. (4p)
- b) Lös differentialekvationen $y'' + 9y = x^2$. (5p)
2. a) Bestäm $\int \frac{\sin x}{3 + \sin^2 x} dx$. (3p)
- b) Beräkna $\int_1^\infty \frac{x + 2}{x + x^3} dx$ (4p)
om den konvergerar. Motivera annars att integralen divergerar.
3. Bestäm talet a så att $\frac{t \sin t^3}{e^{t^2} \cos t - 1 + a t^2}$ (4p)
har ett gränsvärde $\neq 0$ när $t \rightarrow 0$. Ange också vad gränsvärdet då blir.
4. a) För vilka x konvergerar $p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^{n+1}}{(2n)!} x^{2n}$? (3p)
Motivera noga!
- b) Beräkna $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2 + (-1)^{n+1}}{(2n)!}$. (3p)
5. Grafen till $f(x) = (1 + x^2)/2$, $0 \leq x \leq 2$ roterar runt y -axeln så att en yta bildas. Beräkna ytans area. (6p)
6. Beräkna längden av grafen till $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, när $2 \leq x \leq 3$. (6p)
7. När du drar normalen till grafen av den deriverbara funktionen f i $P = (a, f(a))$ skär den x -axeln i Q . Oavsett vad a är visar sig triangeln med hörn i $(a, 0)$, P och Q ha area 2. Vilka möjligheter finns för f om du dessutom vet att $f(3) = 2$? (6p)
8. Formulera och bevisa integralkalkylens medelvärdessats. (6p)