

TENTAMEN I MATEMATISK ANALYS TMV139

Fredag 9 april 2021 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Tillåtna hjälpmedel: alla utom mänsklig assistans.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyg 3, 30 – 39 poäng betyg 4, 40 poäng eller mer betyg 5

Bonus från duggor läsperiod 2, hösten 2020, räknas med.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar lämnas.

1. Beräkna följande integraler

a. $\int \cos \sqrt{x} dx$ **(2p)**

b. $\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$ **(2p)**

c. $\int_0^{\frac{3}{2}} [x^3] - [x^2] dx$ **(4p)**
 $[x]$ är som vanligt heltalsdelen av x .
Motivera tydligt, använd inte närmevärden!

2. Beräkna den generaliserade integralen $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{4x^2+4x+5}$ **(4p)**

3. Bestäm alla x sådana att potensserien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$ är konvergent. **(5p)**

4. Lös differentialekvationen
 $y'' - 2y' + 2y = x + 1, y(0) = 3, y'(0) = 0.$ **(4p)**

5. Området mellan kurvorna $y = \sin x, y = \cos x, x = 0$
och $x = \frac{\pi}{4}$ roterar kring linjen $y = -1$.
Beräkna rotationsvolymen. **(5p)**

6. Låt $f(x) = \int_0^x \frac{e^t - 2}{\arctan(t+1)} dt$, $x \geq 0$

Bestäm det x i vilket $f(x)$ antar sitt minsta värde.

Motivera tydligt!

(4p)

7. Bestäm med hjälp av Maclaurinutvecklingar ett närmevärde till $\arctan \frac{1}{2}$ med ett fel som är < 0.002 .

Använd inte fler termer än nödvändigt!

(6p)

8. Från en godtycklig punkt P på kurvan $y = f(x)$ i första kvadranten, med $f(x)$ en deriverbar funktion, dras tangenten till kurvan. Tangenten skär x -axeln i punkten A . Antag att för varje sådan punkt P är sträckan mellan origo och P lika lång som sträckan mellan P och A .

Bestäm $f(x)$ om $f(1) = 2$

(7p)

9. Melvin skall ut och skörda morötter. Efter t timmar skördar han med hastigheten e^{-t} skäppor per timme (han arbetar alltså hela tiden allt långsammare). Han arbetar i 4 timmar.

a. Hur mycket har han skördat efter 4 timmar?

(2p)

b. Nästa dag planerar Melvin att unna sig en paus. Han arbetar ett pass och vilar en timme innan han fortsätter. När han återupptar arbetet skördar han på nytt med hastigheten e^{-t} skäppor per timme, där t nu är tiden efter att pausen är slut.

När skall Melvin ta pausen för att efter 4 timmar (inklusive paus) ha skördat så mycket som möjligt?

(5p)

(antalet skäppor behöver inte vara ett heltal)