

Tentamen i MVE018/017/TMV139 Matematisk analys i en variabel för I1 och Z1.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från hösten 2023 inkluderas. Lösningar läggs ut på kursens sida i Canvas senast 9/1. Resultat meddelas via Ladok senast tre veckor efter tentamenstillfället. **Lösningar ska vara fullständiga, kalkyler ska redovisas, använda metoder från kursen och kunna följas stegvis. Svar ska förenklas.**

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. a) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + \frac{x}{y} = 0$, $y(0) = 1$. (3p)

b) Lös differentialekvationen (5p)

$$\frac{1}{x^2} y' - \frac{2}{x^3} y + \frac{1}{x^2 + x} = 0$$

när $x > 0$.

2. a) Beräkna $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx$. (3p)

b) Bestäm $\int e^x \sin^2 x dx$. (5p)

3. Bestäm talet a så att $\frac{4x^2 - \ln(1+ax^2)}{e^{-x^2/2} - \cos x}$ (4p)

har ett gränsvärde när $x \rightarrow 0$. Ange också vad gränsvärdet då blir.

4. a) För vilka x konvergerar $p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + n} (x-1)^{n+1}$? (3p)

Motivera noga!

b) Uttryck $p(x)$ med vanliga (elementära) funktioner. (3p)

5. Området till mellan x -axeln och grafen till (6p)

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x^4 + 3x^2 + 2}}, \quad x \geq 0$$

roterar runt x -axeln så att en kropp bildas. Beräkna kroppens volym.

6. Beräkna längden av grafen till $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ när $0 \leq x \leq \sqrt{3}$. (6p)

Du får använda att $D(\ln|\tan x + 1/\cos x|) = 1/\cos x$.

7. Beräkna $\int \tan^2(\sqrt{x}) dx$. (6p)

8. Formulera och bevisa kvotkriteriet. (6p)