MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Matematisk analys i en variabel för E1, (TMV136)
Tid: 2012-08-31, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Urban Larsson, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2011 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida tidigast 3/9.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv136/1112/

---

1. Beräkna a) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x}{(x^2+1)^2}\,dx$, b) $\displaystyle\int \ln\sqrt{x}\,dx$, c) $\displaystyle\int \tan x\,dx$. (2+3+3p)

2. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' = x^2 y$ som uppfyller begynnelsevillkoret $y(1) = 1$. (6p)

3. Lös ekvationen $y'' - 2y' - 3y = e^{-x}$ med $y(0) = y'(0) = 0$. (6p)

4. Beräkna $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{24\cos x + 12x^2 - 24}{x^2 - x\sin x}$. (6p)

5. **a)** Ange en linjär differentialekvation med konstanta koefficienter som har den allmänna lösningen $y = C_1e^x + C_2e^{-2x}$ (där konstanterna C_1 och C_2 är godtyckliga tal, som inte ingår i ekvationen), (3p)
   b) Ange en ekvation med den allmänna lösningen $y = x^2 + C_1e^x + C_2e^{-2x}$. (3p)

6. Kurvan $y = \dfrac{\sqrt{x(1-x)}}{(x+2)\sqrt{x+1}}$, $0 \le x \le 1$ roteras kring x-axeln. Bestäm rotationsvolymen. (6p)

7. **a)** Visa att $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ konvergent medför att $\displaystyle\lim_{k\to\infty} a_k = 0$, (3p)
   b) Formulera och bevisa regeln för partialintegration (integration by parts). (3p)

8. Beräkna $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \int_x^{x+1} \arctan t\,dt$. (6p)

Lista med Maclaurinutvecklingar, nästa sida; vgv.

VA

MATEMATIK
Chalmers

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n\frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\binom{\alpha}{3}x^3+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$