MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Matematisk analys i en variabel för E1, (TMV136)
Tid: 2012-04-13, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Emil Gustavsson, tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2011 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida tidigast 16/4.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv136/1112/

---

1. Beräkna a) $\displaystyle\int xe^{x^2}\,dx$, b) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan x\,dx$, c) $\displaystyle\int \cos\sqrt{x}\,dx$. (2+3+3p)

2. Lös ekvationen $y'' - 4y' + 3y = 2e^{3x}$ med $y(0) = y'(0) = 0$. (6p)

3. Beräkna $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 x - \sin(x^2)}{x^4}$. (6p)

4. Finn alla lösningarna till $y' = -y^2 + 1$ och finn därefter a) en lösning sådan att $y(0) = 1$, och b) en lösning sådan att $y(0) = -1$. (6p)

5. Beräkna längden av kurvbågen $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \le x \le 1/2$. (6p)

6. Beräkna den volym som erhålls då området i $\mathbb{R}^2$ som begränsas av $y = x^3$, $y = 0$ och $x = 2$, roteras kring
   a) x-axeln, (3p)
   b) y-axeln. (3p)

7. Beräkna $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,dx$. (6p)

8. Formulera och bevisa *Superpositionsprincipen* för lösningar till linjära, homogena ordinära differentialekvationer; det räcker att genomföra beviset för andra ordningens ekvationer. (6p)

Lista med Maclaurinutvecklingar, nästa sida; vgv.

VA

Maclaurinutvecklingar

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}e^{\xi}$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cos\xi$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + (-1)^{n+1}\frac{x^{2n+2}}{(2n+2)!}\cos\xi$$

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^{2n-1}}{2n-1} + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)(1+\xi^2)}$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + (-1)^n \frac{x^{n+1}}{(n+1)(1+\xi)^{n+1}}$$

$$(1+x)^{\alpha} = 1+\alpha x+\binom{\alpha}{2}x^2+\binom{\alpha}{3}x^3+\cdots+\binom{\alpha}{n}x^n+\binom{\alpha}{n+1}x^{n+1}(1+\xi)^{\alpha-n-1}$$

I alla utvecklingarna är ξ ett tal mellan 0 och x.

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-k+1)}{k!}$$