Chalmers
Matematiska vetenskaper

TMS051: Matematisk statistik för Z, del B

Tentamen 18 augusti 2004 f V

Tillåtna hjälpmendel är räknedosa utan information om kursen i minnena, Beta samt kursens formel- och tabellsamling.

För betyget 3 krävs 12 p, för 4:a 18 p och för 5:a 24 p av totalt 30 p.

Jour är Oskar Sandberg, ankn 5336. Examinator är Tommy Norberg, ankn 3528 eller 0730 794209.

Tänk på att ofullständiga uträkningar eller motiveringar till resultat eller beräkningar lätt leder till poängavdrag för den som har ambitionen att uppnå betyget 4:a eller bättre.

Uppgifter

1. Utmed ett gatuavsnitt är tre bilar parkerade. Totalt finns sju parkeringsplatser. Om man antar att de tre bilarnas parkeringsplatser är slumpmässigt valda bland de sju, hur stor är då sannolikheten att de står bredvid varandra? (3 p)

2. Antag att händelserna $A_1, A_2, \ldots, A_n$ är en partition av utfallsrummet. Visa att

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)$$

gäller för varje händelse B. (4 p)

3. Tabellen nedan ger sannolikheterna (sånär som på en) för de möjliga utfallen av en två-dimensionell diskret stokastisk variabel (X, Y), sådan att $0 \leq X \leq 4$ och $0 \leq Y \leq 3$.

		Y			
		0	1	2	3
	0	.08	.07	.04	.00
	1	.06	.15	.05	.04
X	2	.05	?	.10	.06
	3	.00	.01	.05	.06
	4	.00	.01	.05	.06

(a) Beräkna $P(X = 2, Y = 1)$? (1 p)

(b) Beräkna $P(X = 2)$ och $P(Y = 1)$. (1 p)

(c) Avgör, endast m.h.a svaren på de två deluppgifterna ovan, om X och Y kan vara oberoende? (1 p)

4. En viss typ av komponenter har felbenägenheten $r(t) = t^{1.5}$ där $t \geq 0$ är funktionstiden räknad i år. Bestäm (a) sannolikheten att komponenten fungerar felfritt i 2 år, (b) tätheten i komponentens livslängdsfördelning. (4 p)

5. Täthetsfunktionen för en Paretofördelad stokastisk variabel X, som bara antar värden ≥ 2, är

$$f(x) = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^{-(\alpha+1)}$$

för $x \geq 2$.

   (a) Punktskatta α m.h.a följande 8 oberoende observationer: 2.31, 2.10, 2.29, 2.38, 2.44, 2.54, 2.64, 2.33. (3 p)

   (b) Ungefär hur stor är sannolikheten $p = P(X > 2.50)$. (1 p)

6. I syfte att uppskatta produktionskostnaden av en viss teknisk kemikalie, tillverkades 10 försöksserier om 10 liter. Kostnaden för dessa var 10.50, 11.00, 10.80, 9.70, 9.90, 10.40, 11.20, 10.30, 9.80 och 10.50 USD/liter. Punkt- och intervallskatta den förväntade literkostnaden μ. Önskad konfidensgrad: ca 99%. (4 p)

7. Man har gjort 7 oberoende bestämningar av halten jordbunden kväve i en åker. Därvid erhölls medelvärdet $\bar{x} = 428.1$ och standardavvikelsen $s = 30.31$ i någon (för en statistiker irrelevant) enhet. Åkern betraktas som kväverik om dess medelhalt $\mu > 400$. Medelvärdet verkar ju vara klart större än μ, men är det i statistisk mening signifikant större? (4 p)

8. Man undersökte hur nötningen beror av arbetstemperaturen hos en viss typ av kullager. Följande data uppmättes:

x	200	300	400	500	600
y	3.0	3.9	5.2	6.1	6.8

Här är x temperaturen i Fahrenheit och y är nötningen mätt i mg per 100 arbetstimmar. Punkt- och intervallskatta nötningen vid temperaturen 400 Fahrenheit. (4 p)

Lycka till!