TENTAMEN TME011 Mekanik, 2015-10-26 kl 8:30–12:30 i Maskin-salar

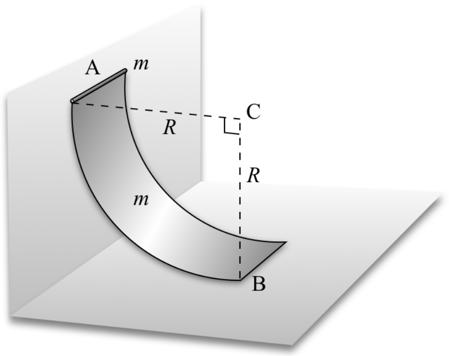
Jourhavande: Peter Olsson, ankn. 3725. (Salarna besöks 9:30 och 11:30.)
Lösningar: Anslås på kurshemsidan i Ping Pong senast 2015-10-27 kl 14:00.
Preliminärt rättningsresultat: Anslås på Tillämpad mekaniks anslagstavla senast **10 november**.
Rättningsgranskning och utlämning av tentor: Sker på Tillämpad mekanik den **11 och 12 november** kl 12:00 – 13:00.

Tillåtna hjälpmedel: *Formelsamling i mekanik av M.M. Japp* ***UTDELAS PÅ TENTAN***,
Matematiska handböcker (t ex *Beta*),
Chalmersgodkänd räknare.
Tentamen omfattar sex uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng vardera.
Om p är poängsumman (inkl ev bonuspoäng) så ges betyget på tentamen enligt tabellen nedan.

$p < 12$	$12 \leq p < 18$	$18 \leq p < 24$	$24 \leq p$
U	3	4	5

INFÖRDA BETECKNINGAR SKALL DEFINIERAS. UPPSTÄLLDA EKVATIONER SKALL MOTIVERAS.

1.

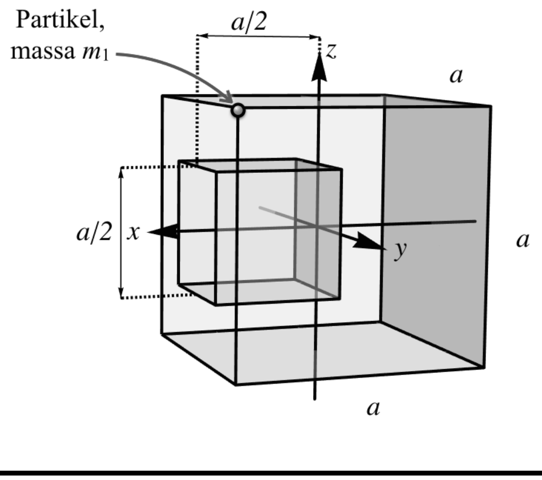


En **tunn homogen plåt** av massan m har böjts till en kvartscylindrisk yta enligt figuren. Vid dess ena raka ände (vid A) har en ***smal homogen stång***, också av massan m, fästs vid plåten. Plåten har placerats på ett strävt horisontellt golv och lutats mot en sträv vertikal vägg, så att BC i figuren är vertikal. Friktionskoefficienten vid både A och B är μ. Antag att friktionen är **fullt utvecklad** både vid kontakten med golvet och med väggen.

Bestäm en ekvation för friktionskoefficienten μ.

Ekvationen får inte innehålla några andra obekanta än μ. (Du behöver inte *lösa* ekvationen.) (5p)

2.



Ur en homogen kubisk kropp, med sidan a och massan m, har ett kubiskt hål med sidan $a/2$ gröpts ut, som figuren visar.

I ett hörn av kuben har också en partikel, av massan m_1, fästs.

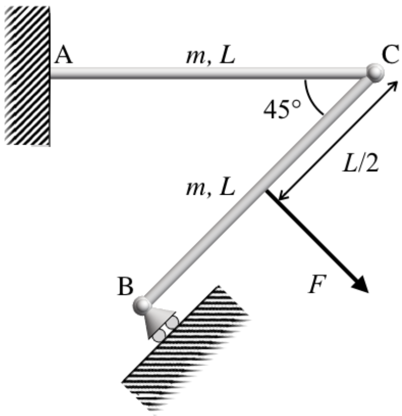
Ett cartesiskt koordinatsystem xyz med origo i den ursprungliga kubens centrum är angivet i figuren. Bestäm *i detta system* masscentrums alla koordinater för den sammansatta kroppen (urgröpt kub + partikel). (5p)

---

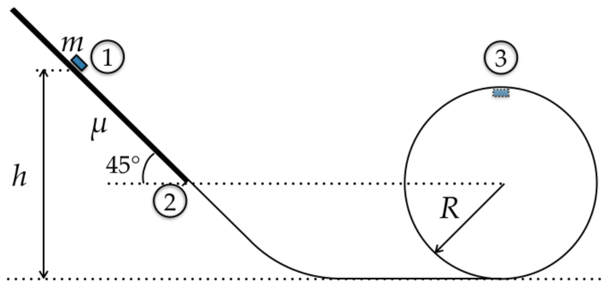
3. Två balkar AC och BC, båda av längden L och massan m, är förenade med en friktionsfri led i C. I A är balken AC fast inspänd i en vägg. I B är balken BC fäst med en friktionsfri led vid en liten vagn som kan rulla friktionsfritt på en yta som lutar 45°.

Förutom tyngdkraften verkar mitt på balken BC en kraft av storleken F, vinkelrätt mot balken.

Bestäm alla yttre tvångskrafter och tvångsmoment i A och B. (5p)



4.



En äldre berg-och-dalbana har en cirkulär loop (radie R) som figuren antyder. Under ett test klättrar Berit Grahnat-Jansson* (massa m) ombord på en stillastående *mycket lätt* vagn på höjden h över marken. (Läge ①, i figuren. Tyngdkraftsaccelerationen är g.) Trots tillslagna bromsar börjar vagnen glida utför banan. Den kinetiska friktionskoefficienten är μ.

I läge ② släpper bromsarna. Under den efterföljande rörelsen rör sig vagnen friktionsfritt. (Vi försummar rullfriktionen.) Berg-och-dalbanan har skenor som förhindrar själva vagnen att lämna spåret i loopen. Vagnen når upp till läge ③ med en viss fart v_3. Berit håller sig inte fast, och använder inte heller säkerhetsbälte.

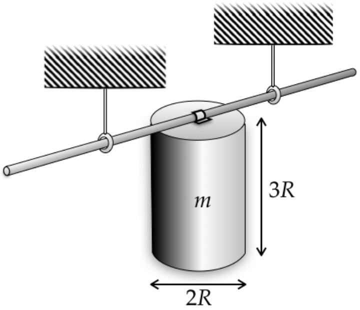
a) **Bestäm vagnens fart v_3 i läge** ③. (Uttryckt i starthöjden h och ev. μ, m, g och R.) (3p)

b) **Hur stor måste farten minst vara** i läge ③ för att Berit G-J inte skall **falla ur** vagnen? (2p)

[Med hjälp av resultaten i a) och b) kan du bl.a. räkna ut hur stor *starthöjden* måste vara för att Berit inte skall falla ur vagnen. Men det slipper du!]

*) *Välkänd äventyrare och våghals*.

5.

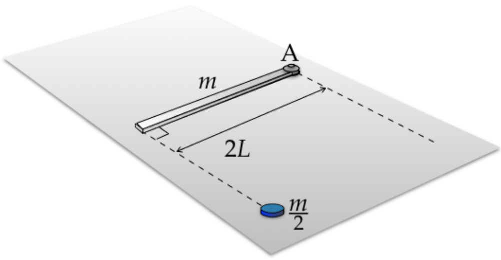


En homogen cirkulär cylinder av massan m är fäst i en horisontell axel som figuren visar. Axeln kan momentfritt rotera kring sin längsriktning, men hela anordningen är nedsänkt i en viskös vätska som ger ett rörelsemotstånd. Approximera rörelsemotståndet som ett bromsande moment proportionellt mot vinkelhastigheten i cylinderns rörelse kring axeln: $M_{\text{broms}} = -\beta\, d\varphi/dt$, där φ är vinkeln från cylinders jämviktsläge och β är en konstant.

a) Bestäm den *odämpade egenvinkelfrekvensen* ω för cylindern vid små svängningar kring jämviktsläget. (3p)

b) Bestäm den dimensionslösa *dämpningskoefficienten* ζ för cylindern vid små svängningar kring jämviktsläget. (2p)

6.



En stel homogen balk av massan m och längden $2L$ kan rotera friktionsfritt kring en axel vid A i figuren. I A är balken fäst i en torsionsfjäder, som ger ett återförande moment M_A på balken:

$$M_A = -k\,\varphi.$$

där φ är vinkeln som balken vrids från sitt jämviktsläge.

En *liten* friktionsfri puck av massan $m/2$ skjuts mot balken så att den träffar längst ut på balken i jämviktsläget, vinkelrätt mot balkens längsriktning, med farten v_0. Ett tuggummi på pucken får den att fastna vid balken.

Bestäm balkens maximala utslagsvinkel under den efterföljande rörelsen. (5p)

[Ledning: Antag att balken *under själva kollisionen* inte hinner flytta sig någon signifikant vinkel. *Under själva kollisionen* hinner fjädern då inte börja utöva något återförande moment på balken.**]**

The End.