TENTAMEN TME011 Mekanik,
2014-10-27 kl 8:30–12:30 i Maskin-salar

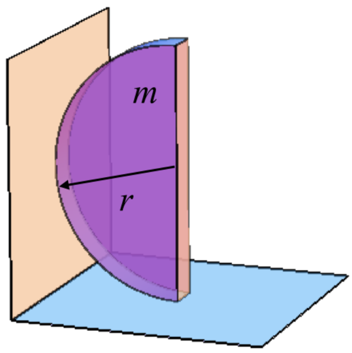
Jourhavande: Peter Olsson, ankn 3725. (salarna besöks 9:30 och 11:00)
Lösningar: anslås på kurshemsidan i Ping Pong senast 2014-10-28 kl 14:00.
Preliminärt rättningsresultat: anslås på Tillämpad mekaniks anslagstavla senast 11 november.
Rättningsgranskning och utlämning av tentor: sker på Tillämpad mekani k 12 och 13 november kl 12:00 – 13:00.

Tillåtna hjälpmedel: *Formelsamling i mekanik av M.M. Japp* ***UTDELAS PÅ TENTAN***,
Matematiska handböcker (t ex *Beta*),
Chalmersgodkänd räknare.
Tentamen omfattar sex uppgifter. Varje uppgift ger maximalt 5 poäng vardera.
Om p är poängsumman (inkl ev bonuspoäng) så ges betyget på tentamen enligt tabellen nedan.

$p < 12$	$12 \le p < 18$	$18 \le p < 24$	$24 \le p$
U	3	4	5

INFÖRDA BETECKNINGAR SKALL DEFINIERAS. UPPSTÄLLDA EKVATIONER SKALL MOTIVERAS. DU KOMMER ATT KLARA DET HÄR!

1.



En homogen kropp med massan m har formen av en halv (ändlig och massiv) cirkulär cylinder med mått enligt figuren. Kroppen ställs på ett horisontellt golv så att den stöder mot en vertikal vägg. Därvid ligger cylinderns plana sidor alla i var sitt vertikalplan.

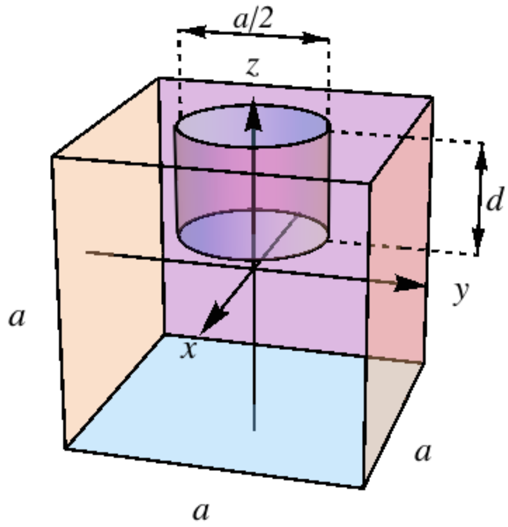
Friktionskoefficienten är μ både vid kontakten mellan kropp och golv och mellan kropp och vägg.

Antag att kroppen är i jämvikt, men precis på gränsen till glidning (vid kontakten både mot vägg och mot golv). Bestäm **en ekvation för friktionskoefficienten** μ.

Du behöver **inte lösa** ekvationen (även om du naturligtvis kan), men den **får inte innehålla några andra variabler än** μ.

(5p)

2.



Man vill tillverka ett stadigt fågelbad genom att från ovansidan borra ur ett cirkulärt hål ur en homogen kub som figuren antyder. Kuben har sidan a, och hålet har *radien* $a/4$ och djupet d.

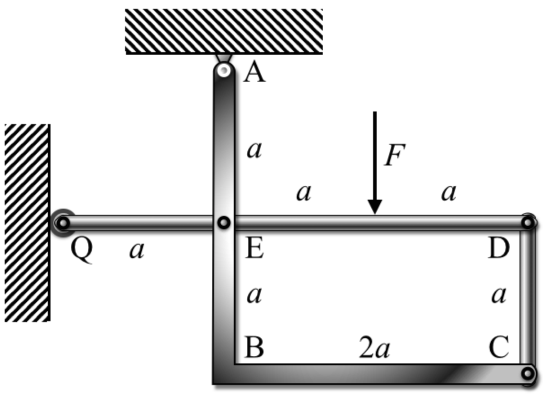
Masscentrum ligger (pga symmetrin kring planet $z = 0$) i origo **både för** $d = 0$ **och för** $d = a$. (I båda dessa fall är dock fågelbadet förstås oanvändbart som bad.)

För alla värden d med $0 < d < a$ ligger masscentrum nedanför planet $z = 0$.

a) Bestäm masscentrums z-koordinat som funktion av borrdjupet d. (3p)

b) För att få badet så stadigt som möjligt vill man ha masscentrum **så lågt ner** som möjligt. Hur djupt skall man då borra? (2p)

3.



Ett stelt, *lätt* och L-format metallstycke ABC är friktionsfritt förbunden med den fixa punkten A, samt, i punkterna C respektive E, friktionsfritt förbunden med de stela, *lätta* stängerna CD och DQ, som figuren visar.

Den vertikala stången CD och den horisontella stången DQ är friktionsfritt förbundna i D, och DQ är friktionsfritt rörlig kring punkten E, som sitter på ABC halvvägs mellan A och B.

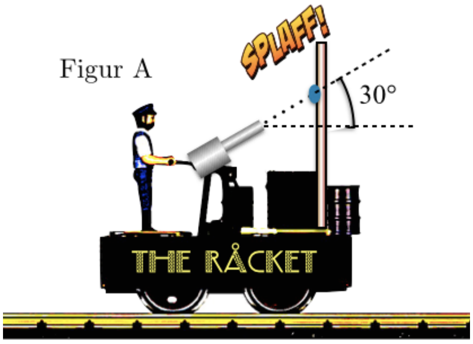
(Observera att varken ABC eller DQ kan böjas i E, bara vridas kring leden: *Hela* ABC är *en* stel kropp, liksom hela DQ.)

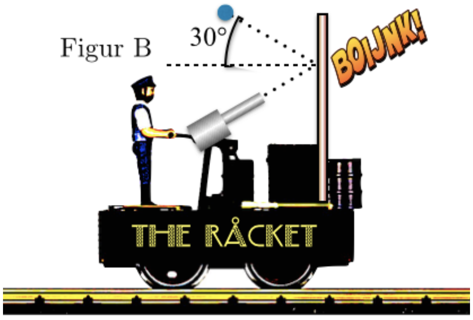
I punkten Q kan änden av DQ rulla friktionsfritt längs en plan vertikal yta enligt figuren. I punkten *mitt* mellan D och E angriper en kraft F riktad vertikalt nedåt.

a) Bestäm tvångskrafterna **på** DQ **från** väggen i Q, och **på** den L-formade delen ABC **från** taket i A. (3p)

b) Bestäm tvångskrafterna **på** den L-formade delen ABC **från** DQ i punkten E. (2p)

4.





Ett bysnille från Hisingen har uppfunnit en ny typ av dressin, utrustad med oerhört lätta, friktionsfritt roterande hjul.

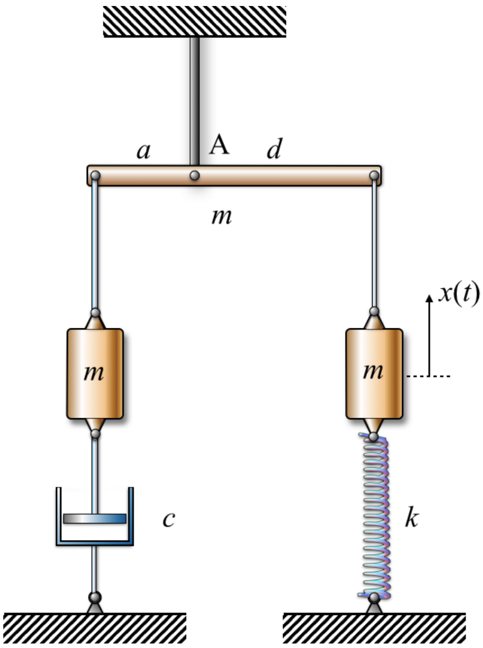
Framdrivningssystemet är en kanon (fastskruvad i dressinen) som kan avfyra ammunition i form av lerklumpar (Figur A) eller massiva gummibollar (Figur B) mot en vertikal vägg som monterats fast på dressinen.

Massan av dressinen, **inklusive** utrustning, kanon, ammunition och uppfinnare, är m. Varje boll liksom varje lerklump väger vardera m_0.

a) I fallet i Figur A är dressinen först i vila. Kanonen avfyrar sedan en lerklump med farten v_0, relativt marken, och i 30° vinkel mot horisontalplanet. Strax efter det att en lerklumpen fastnat på väggen är dressinens fart v_A. Bestäm v_A. (2 p)

b) I fallet i Figur B startar dressinen åter från vila. Bollen studsar tillbaka från väggen med en fart som uppmäts till v_1 relativt marken, och i en vinkel 30° mot horisontalplanet. Strax därefter mäter man upp dressinens fart till v_B. Bestäm dressinens ursprungliga massa m. (3 p)

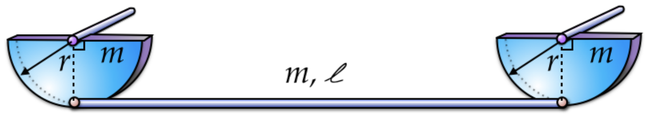
5.



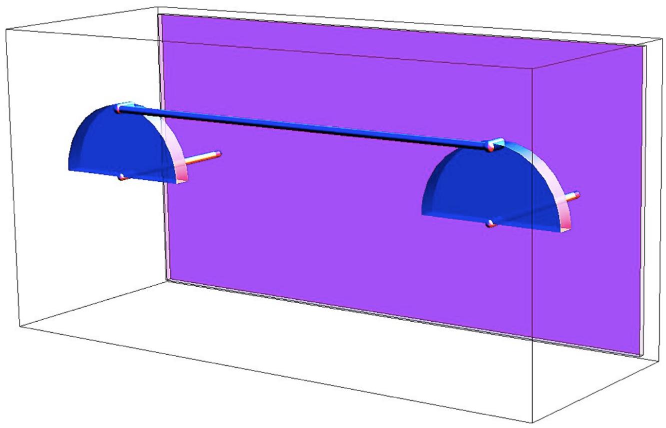
Två lika massor m hänger från en stång, som också har massan m samt längden $(a+d)$, som figuren visar. Stången är friktionsfritt vridbar kring punkten A i figuren.
Den ena massan är fäst i en dämpare med dämpkonstanten c, och den andra i en fjäder med fjäderkonstanten k.
Systemet utför svängningar kring jämviktsläget med liten amplitud. I jämviktsläget är stången horisontell. Låt $x(t)$ vara den högra massans vertikala förskjutning uppåt från jämviktsläget vid tiden t.

a) Bestäm en differentialekvation för $x(t)$. (3p)
b) Bestäm den odämpade egenvinkelfrekvensen för systemet. (1p)
c) Bestäm den dimensionslösa dämpkonstanten för systemet. (1p)

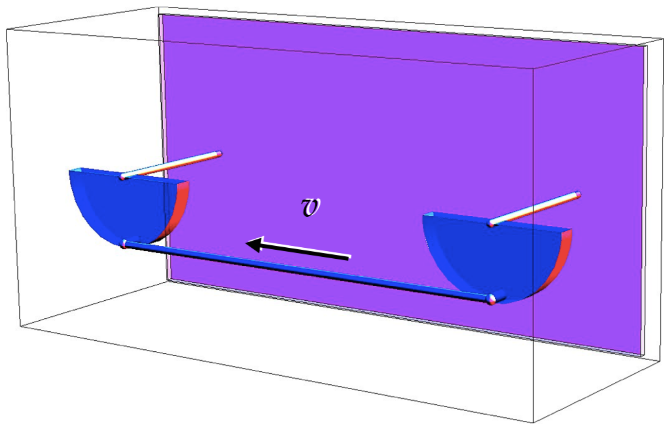
6.



Figur 6A.



Figur 6B.



Figur 6C.

Två homogena halvcirkulära skivor, vardera av massan m och med cirkelradie r, kan rotera friktionsfritt kring var sin av två parallella horisontella axlar.

Mellan de båda skivorna löper en homogen jämntjock horisontell stång av massan m och längden ℓ. Stångens ändar kan rotera friktionsfritt kring sina fästpunkter som sitter symmetriskt placerade vid mittpunkten av skivornas böjda periferi; se figuren överst till vänster (Figur 6A).

Systemet släpps från vila i det läge där stången är i sitt högsta läge (se Figur 6B). (Vi tänker oss att stången får en pytteliten knuff åt höger.)

Bestäm stångens fart v när den når sitt lägsta läge (Figur 6C). (5p)

The End.