TENTAMEN TME010 Mekanik, 2012-12-20 kl 8:30–12:30 i M-salar

Jourhavandeä: Peter Olsson, ankn 3725. (salarna besöks 9:15 och 11:00)
Lösningar anslås på kurshemsidan senast 21 december.
Preliminärt rättningsresultat anslås på **Tillämpad mekaniks** anslagstavla senast 10 januari.
Rättningsgranskning och utlämning av tentor sker på **Tillämpad mekanik** 10 januari och 11 januari 12:00 – 13:00.
Tillåtna hjälpmedel: Formelsamling i mekanik av M.M. Japp,
Matematiska handböcker (t ex *Beta*),
Chalmersgodkänd räknare.

Tentamen omfattar åtta uppgifter. De fem första är basuppgifter av enklare typ och ger maximalt 3 poäng vardera. De återstående tre tentamensuppgifterna bedöms med maximalt 5 poäng vardera. Betyget på tentamen ges enligt följande tabell:

		Poäng på uppgift 1–5 (inkl. bonuspoäng)						
		0–7	8	9	10	11	12	13–18
Poäng på uppgift 6–8	0–4	U	U	U	U	U	3	3
	5–8	U	U	U	U	3	3	4
	9	U	U	U	3	3	4	4
	10–11	U	U	3	3	4	4	5
	12–15	U	3	3	4	4	5	5

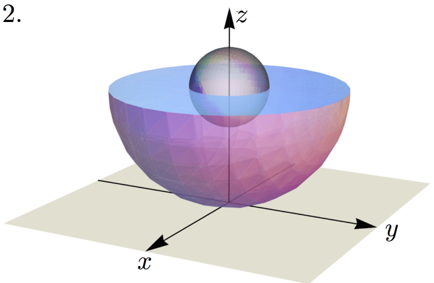
INFÖRDA BETECKNINGAR SKALL DEFINIERAS.
UPPSTÄLLDA EKVATIONER SKALL MOTIVERAS.

---

1. En kropp med massa m glider friktionsfritt på ett horisontalplan. Kroppen är fäst i en vägg med en fjäder som har fjäderkonstanten k. Kroppen startas från vila med fjädern utdragen en sträcka A från ospänt läge.

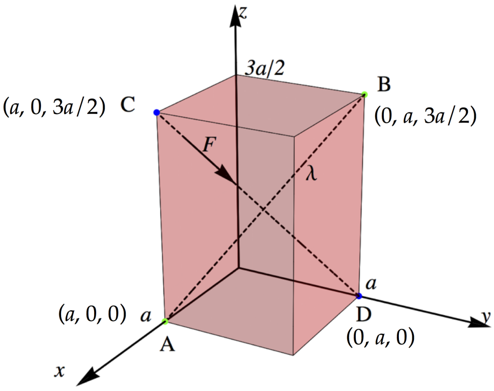
a) Vilken är det maximala belopp kroppens fart uppnår under den efterföljande rörelsen? (1p)
b) Hur lång tid från start tar det innan kroppen uppnår den farten? (1p)
c) Vad är kroppens maximala kinetiska energi? (1p)

2.



En sfärisk frukt har skurits i två delar, på ett sådant vis att den sfäriska, centrerade kärnan inte delats, utan sitter fast i den ena halvan av fruktköttet. Kärnan har radien R och den konstanta densiteten ρ_0. Hela frukten har radien $3R$, och fruktköttet har densiteten $\rho_0/2$. Bestäm koordinaterna för masscentrum för kroppen (bestående av kärnan plus fruktköttshalvan) i det koordinatsystem som anges i figuren härintill.

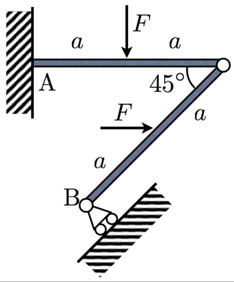
3.



Härintill ser du en kraft $\boldsymbol{F}$, med storleken F och verkningslinje parallell med sträckan från punkten C till punkten D. Linjen λ går genom punkterna A och B enligt figuren. Bestäm
a) momentet av $\boldsymbol{F}$ med avseende på punkten D, (1p)
b) momentet av $\boldsymbol{F}$ med avseende på punkten B, (1p)
c) momentet av $\boldsymbol{F}$ med avseende på linjen λ. (1p)

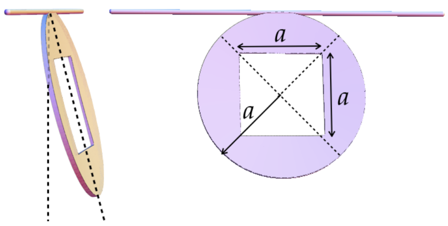
Rättelse (som skrevs på tavlorna i tentamenssalarna):
Verkningslinjen för $\boldsymbol{F}$ går genom C och D.

4.



Två lätta stela stänger, förenade med ett friktionsfritt gångjärn i planet, visas i figuren härintill. Frilägg dels hela systemet av stänger, dels de båda stängerna var för sig. Inför på ett konsistent vis alla reaktionskrafter och reaktionsmoment. Uppställ tillräckligt med jämviktsekvationer för att alla reaktionskrafter och reaktionsmoment skall kunna bestämmas. (Du behöver inte lösa ekvationssystemet, men det måste *vara möjligt att* lösa ut de sökta krafterna och momenten.)

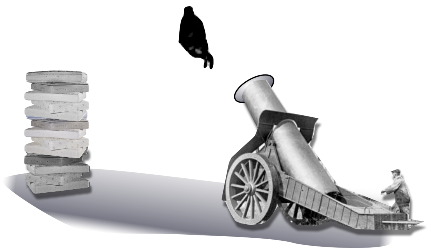
5.



Ur en tunn homogen cirkulär skiva av “ytdensiteten” σ (dimension: massa per areaenhet) har ett kvadratiskt hål stansats ut, som figuren intill antyder. Skivan har fästs vid en horisontell axel i skivans plan enligt figuren. Bestäm masströghetsmomentet för skivan med avseende på denna axel.

Ledning: Masströghetsmoment för sammansatta kroppar kan beräknas på liknande sätt som masscentra för sammansatta kroppar, dvs de kan adderas och subtraheras.

6.



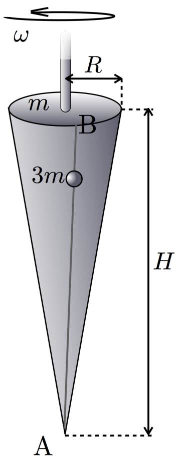
Kanondrottningen Berit Grahnat-Jansson låter sig vid cirkusföreställningar skjutas ut ur en kanon för att strax landa säkert på en lämpligt placerad stapel av madrasser. Madrasstapelns höjd anpassas alltid så att den är densamma som kanonmynningens höjd över manegens golv. Utgångsfarten för denna mänskliga kanonkula är normalt $v_0 = 40\,\mathrm{m/s}$, och kanonens elevationsvinkel är $\alpha_0 = 30°$. Men de stigande krutpriserna har tvingat kanondrottningen att fundera på att dra ner på utgångsfarten, och kanske kompensera genom att samtidigt ändra elevationsvinkel. (Madrasstapeln och kanonmynningen skall därvid inte flyttas i horisontalled, men madrasstapelns höjd anpassas så att den matchar mynningshöjden.)

a) Bestäm villkoret som ett annat par av utgångsvärden (v, α) måste uppfylla för att ge samma kastvidd som utgångsvärdena (v_0, α_0). (3p)

b) För vilka elevationsvinklar α finns det en utgångsfart som är *mindre än* v_0, dvs $v < v_0$, som ger samma kastvidd? (2p)

Ledning: $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$.

7.



På den krökta ytan av en massiv homogen konisk kropp (av massan m, höjden H och maxradien R) löper ett rakt spår enligt figuren. I spåret kan en liten kropp av massan $3m$ glida friktionsfritt. Konen är fäst i en vertikal axel, och kan rotera förlustfritt kring denna axel.

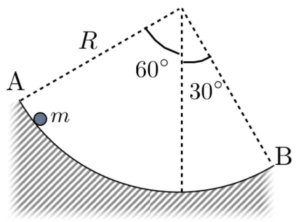
När konen och massan roterar kring axeln med den gemensamma vinkelhastigheten $\omega = \omega_0$ släpps den lilla kroppen från B och är initialt *i vila relativt konen.*

Vid en senare tidpunkt har den lilla kroppen glidit längs spåret ned till punkten A vid konens spets, och konens vinkelhastighet är då $\omega = \omega_1$.

a) Bestäm kvoten ω_1/ω_0. (3p)

b) Bestäm den lilla kroppens fart v_1 precis när den når A. (2p)

8.



En liten nisse, med massan m, glider utan friktion på insidan av en glatt cirkulär cylinder enligt figuren. I brist på friktion försöker nissen att bromsa genom att hålla ut sin rock, och lyckas åstadkomma ett linjärt luftmotstånd (med motståndskoefficienten c). Nissen startar från vila i punkten A vid tiden $t = 0$, och glider tills han vid tiden $t = t_1$ återigen stannar, nu i punkten B i figuren. Bestäm tidsmedelvärdet av nissens kinetiska energi under glidningen från A till B, dvs bestäm

$$T_{\mathrm{medel}} = \frac{1}{t_1}\frac{m}{2}\int_0^{t_1}(v(t))^2\mathrm{d}t$$

enbart i termer av storheterna m, g, R, c och t_1. (g betecknar som vanligt tyngdkraftsaccelerationen.)
Ledning: En integral med avseende på variabeln s kan skrivas om till en integral med avseende på variabeln t genom substitutionen

$$\int_0^{s_1} f\mathrm{d}s = \int_0^{t_1} f\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t = \int_0^{t_1} fv\mathrm{d}t$$

- Slut -