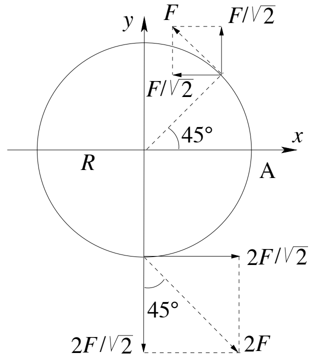
Lösningsförslag dugga 071120

1.



$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= \frac{2F}{\sqrt{2}} - \frac{F}{\sqrt{2}} = \frac{F}{\sqrt{2}},\\ \Sigma F_y &= -\frac{2F}{\sqrt{2}} + \frac{F}{\sqrt{2}} = -\frac{F}{\sqrt{2}}.\end{aligned}$$

eller

$$\Sigma \boldsymbol{F} = \frac{F}{\sqrt{2}}(1,\,-1)$$

Om krafterna delas upp i komposanter enligt figuren, innan momentet beräknas, fås

$$\Sigma M_{\mathrm{A}} = \frac{2F}{\sqrt{2}}R + \frac{2F}{\sqrt{2}}R + \frac{F}{\sqrt{2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} - \frac{F}{\sqrt{2}}\Big(R - \frac{R}{\sqrt{2}}\Big) = \Big(\frac{3}{\sqrt{2}} + 1\Big)FR$$

med moturs som positiv riktning.

2.

Momentet med avseende på axeln OP kan beräknas som

$$M_{\mathrm{OP}} = \boldsymbol{M}_{\mathrm{O}} \cdot \boldsymbol{e}_{\mathrm{OP}}, \tag{1}$$

där $\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}}$ är momentet med avseende på *punkten* O, som ligger på axeln OP, och $\boldsymbol{e}_{\mathrm{OP}}$ är en enhetsvektor längs OP. Vi bestämmer därför först momentet med avseende på punkten O. Om kraftens angreppspunkt betecknas A fås

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} \times \boldsymbol{F} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ 0 & L & 0 \\ 0 & -F/\sqrt{2} & F/\sqrt{2} \end{vmatrix} = (FL/\sqrt{2},\, 0,\, 0).$$

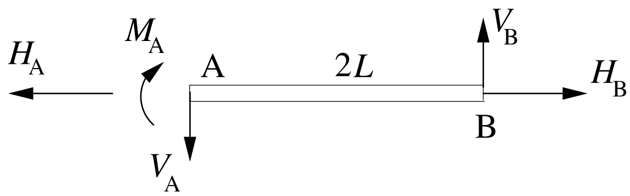
Enhetsvektorn $\boldsymbol{e}_{\mathrm{OP}}$ bestäms ur sambandet

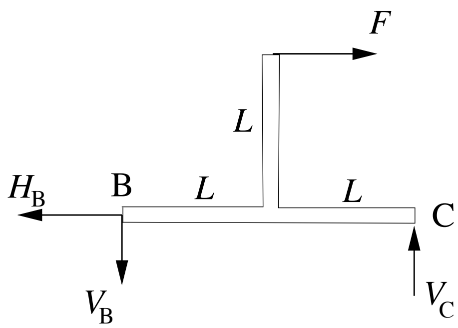
$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{OP}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{OP}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|} = \frac{(L, L, L)}{\sqrt{L^2 + L^2 + L^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1).$$

Insättning i ekv (1) ger det sökta momentet

$$M_{\mathrm{OP}} = \frac{1}{\sqrt{3}}(FL/\sqrt{2},\, 0,\, 0) \cdot (1, 1, 1) = \frac{1}{\sqrt{6}} FL.$$

3.





<u>AB</u>

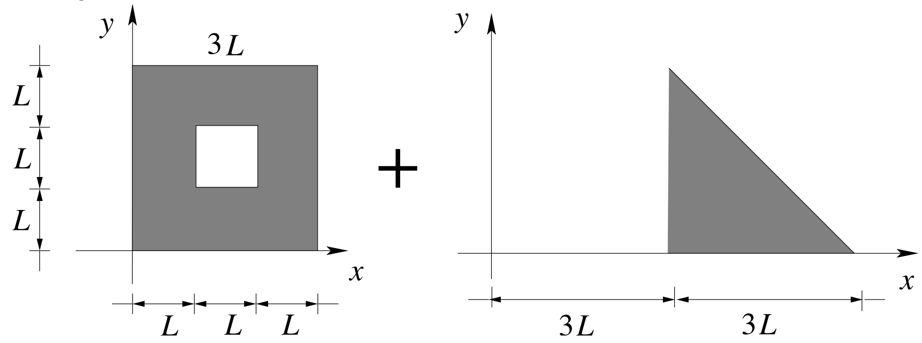
$$\begin{array}{ll} \leftarrow & H_{\mathrm{A}} - H_{\mathrm{B}} = 0, \\ \uparrow & V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}} = 0, \\ \overset{\curvearrowright}{\mathrm{A}} & M_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}} \cdot 2L = 0. \end{array}$$

<u>BC + DE</u>

$$\begin{array}{ll} \leftarrow & H_{\mathrm{B}} - F = 0, \\ \uparrow & V_{\mathrm{C}} - V_{\mathrm{B}} = 0, \\ \overset{\curvearrowright}{\mathrm{B}} & V_{\mathrm{C}} \cdot 2L - FL = 0. \end{array}$$

4.

Skivan kan ses som summan av en kvadrat med ett kvadratiskt hål och en rätvinklig triangel.



Element nr	Area A_i	$\overline{x}_i$	$A_i\overline{x}_i$
1	$8L^2$	$1,5L$	$12L^3$
2	$4,5L^2$	$4L$	$18L^3$
$1+2$	$12,5L^2$	?	$30L^3$

Skivans tyngdpunkts x-koordinat fås sedan som

$$\overline{x} = \frac{30L^3}{12,5L^2} = 2,4L.$$

5.

a)

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{t_0}{(t+t_0)^2}.$$

b)

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \int_0^{\varphi} \mathrm{d}\varphi = \int_0^t \omega \mathrm{d}t,$$

d v s

$$\varphi = \int_0^t \frac{t_0}{(t+t_0)^2}\mathrm{d}t = \Big[-\frac{t_0}{t+t_0} \Big]_0^t = \frac{t}{t+t_0}.$$

c)

$$a_{\mathrm{n}} = R\omega^2 = \frac{Rt_0^2}{(t+t_0)^4}.$$

d)

$$a_s = \dot{v} = -\frac{2Rt_0}{(t+t_0)^3}.$$