

TMA970

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Inledande matematisk analys F / TM

Datum: 2021-10-27, kl. 8:30 – 12:30.

Hjälpmedel: Inga

Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531

=====
1. Avgör om integralerna nedan konvergerar eller divergerar. Ge endast svar, d.v.s. konvergent / divergent.

$$\text{(a)} \int_2^\infty \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3-1}} dx; \quad \text{(b)} \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad \text{(c)} \int_0^1 \sqrt{x} \ln(\sin x) dx.$$

Avgör om påståendena nedan är sanna eller falska. Ge endast svar, det vill säga sant/falskt. (Funktionen f antas vara deriverbar i \mathbb{R} .)

(d) Om f är strängt växande i intervallet I , så gäller $f' > 0$ i I .

(e) Om $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{const}$, så gäller $\lim_{x \rightarrow \infty} |f'(x)| = 0$.

(f) Om $\lim_{x \rightarrow \infty} |f'(x)| = 0$, så gäller $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \text{const}$.

(Varje rätt svar ger 1p, varje fel svar ger -1 p, inget svar ger 0p; hela uppgiften ger minst 0p.)

2. Bestäm gränsvärdena (L'Hospitals regel och Taylorutvecklingar får ej användas)

$$\text{(a)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \tan x \quad (3\text{p}); \quad \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2} \quad (3\text{p}).$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = e^{|\arctan x|}$. Ange asymptoter, lokala extrema, inflexionspunkter etc. (6p)

4.(a) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$. (3p)

(b) Beräkna $\int_1^2 (\ln x)^2 dx$. (3p)

(c) Avgör om integralen $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln(\cos x) dx$ är konvergent. Utför alla nödvändiga uppskattningar. (4p)

5. Det reella talet α är sådant att gränsvärdet

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x})^\alpha}$$

är ändligt och skilt från 0. Bestäm L . (4p)

6. Bestäm en primitiv funktion till funktionen $f(x) = |\sin x|$ i \mathbb{R} . Motivera väl! (6p)

7. Formulera och bevisa satsen om derivatan i lokala extrempunkter (i fallet lokalt minimum). (6p)

8. Formulera och bevisa analysens huvudsats. (6p)

Betygsgränser: 20-29p ger betyget 3; 30-39p ger betyget 4; 40p+ ger betyget 5.

/JM