

Tentamen SSY080

Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

8 Januari 2020 kl. 14.00-18.00 sal: SB-Multisal

Forfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808
Resultat: Rapporteras in i Ladok
Granskning: Torsdag 23 Januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på
plan 3 i EDIT-huset (Lunnerummet),
i korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning: Del A: Rätt svar ger 1p.
Del B: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Chalmers-godkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Krav för godkänt.

Del A	5 p	av tot 10 p
Del B	7 p	av tot 15 p

Betygsgränser.

<i>Poäng</i>	12-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	3	4	5

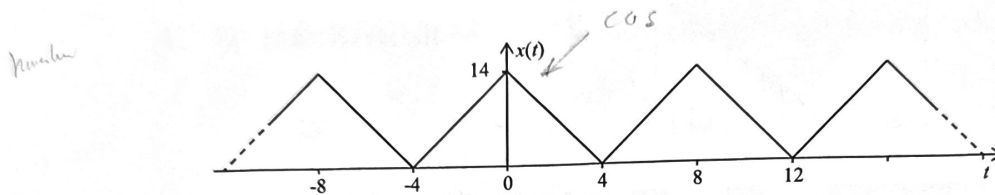
Lycka till!

Del A. En poäng (1p) per A-uppgift. Ange endast svar. Flera del A svar kan ges på samma blad. Inga uträkningar eller motsvarande kommer att beaktas.

- A1. Fyra perioder av en kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ visas i figur 1. Signalens Fourierserie kan tecknas

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

Vilka värden har a_0 , b_1 och ω_0 ?



Figur 1: Del av periodisk signal, $x(t)$

- A2. Är den kontinuerliga signalen $y(t)$ periodisk? Ange i så fall signalens fundamentala period. *Handwritten: yes*

Handwritten: konst

$$y(t) = \sin(3t) + \cos\left(\frac{15}{4}t\right), \quad \forall t$$

- A3. Den reella signalen $x(t) = e^{-at}u(t)$ har Fouriertransformen $X(j\omega)$. Transformen är en funktion av ω . Konstanten a är reell och $a > 0$.

- (a) Är $|X(j\omega)|$ jämn eller udda (med avseende på ω)?
 (b) Är $\arg\{X(j\omega)\}$ jämn eller udda (med avseende på ω)?

Handwritten: transformera och kolla om

$$X(t) = X(-t)$$

Handwritten: eller

$$X(t) = -X(-t)$$

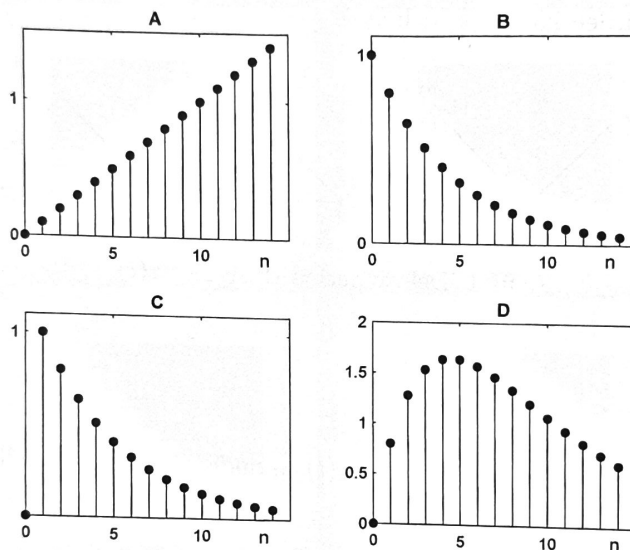
A4. I uppgiften presenteras fyra överföringsfunktioner till kausala och diskreta system. Figur 2 visar impulssvaren till dessa system men i blandad ordning. Para ihop varje överföringsfunktion med motsvarande impulssvar.

$$H_1(z) = \frac{1}{z - 0.8}$$

$$H_2(z) = \frac{z}{z - 0.8}$$

$$H_3(z) = \frac{0.8z}{z^2 - 1.6z + 0.64}$$

$$H_4(z) = \frac{0.1z}{z^2 - 2z + 1}$$



Figur 2: Fyra olika impulssvar $h[n]$.

Kausala

A5. Hur många nollskilda värden ($\neq 0$) har den diskreta signalen $y[n]$ där
 $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ ¹ om
 $x_1[n] = u[n] - u[n - 5]$ och
 $x_2[n] = \delta[n - 1] + \delta[n - 2] + \delta[n - 3]$?

¹ Faltning

A6. Två olika diskreta och kausala system har överföringsfunktionerna

$$H_a(z) = \frac{z - 1.1}{(z - 0.9)(z^2 - 0.4z - 0.45)}$$

$$H_b(z) = \frac{z - 0.9}{(z - 0.1)(z^2 - 0.4z - 0.96)}$$

- (i) Är $H_a(z)$ ett stabilt system?
 (ii) Är $H_b(z)$ ett stabilt system?

A7. Ett kausalt, stabilt och kontinuerligt system har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{s(s + b_1)(s^2 + sb_2 + b_3)}{(s + a_1)^2(s + a_2)^N} \leftarrow ? \quad 40 \text{ dB} = |H(j\omega)|_{f=100}$$

Vilket värde på heltalet N ger ett frekvenssvar som i Bodediagrammets amplituddiagram ger en lutning på -40 dB/dekad vid mycket höga frekvenser.

A8. Ett kontinuerligt LTI-system med insignal $x(t) = \sin(\omega t)$ får en utsignal som kan tecknas $y(t) = A \sin(\omega t - \frac{\pi}{8})$. Utsignalen är fördröjd $250 \mu\text{s}$ jämfört med insignalen. Vilket värde har ω ?

A9. En reell sinusformad signal med frekvensen f_0 Hz samplas. Sampelintervall är $T = 50 \mu\text{s}$ och $N = 2^7$ värden samplas in. Därefter beräknas den Diskreta Fouriertransformen $X[k]$. Värdet på $|X[k]|$ blir markant störst vid $k = 20$ och 108 . Beräkna frekvensen f_0 . Ingen aliasing (vikning) förekommer.

A10. Ett kausalt och kontinuerligt system har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{10}{(s^2 + sa + 8)}$$

Koefficienten a är reell. Vilka värden kan a anta om kravet är att systemet skall vara stabilt?

Del B. Fem poäng (5p) per B-uppgift. Fullständiga lösningar skall redovisas.

B11. Ett kontinuerligt och kausalt LTI-system har impulssvaret ²

$$h(t) = (e^{-t} - e^{-2t} \cos(3t))u(t) \quad .$$

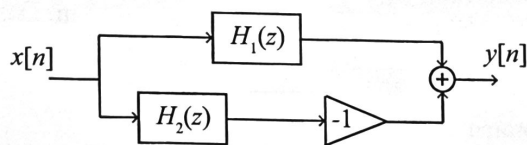
Beräkna systemets

- (a) Överföringsfunktion, $H(s)$ (2p)
 (b) Differentialekvation (2p)
 (c) Frekvenssvarets belopp, $|H(j\omega)|$ (1p)

B12. Två diskreta system kopplas samman enligt figur 3 ³. Beräkna det totala systemets utsignal $y[n]$ för insignalen $x[n] = \delta[n] - \delta[n - 2]$. Delsystem 1 beskrivs med en överföringsfunktion och delsystem 2 med ett impulssvar. (5p)

$$H_1(z) = \frac{z + 0.5}{z - 0.5}$$

$$h_2[n] = 2(0.5)^n u[n] - \delta[n]$$



Figur 3: Sammansatt diskret system

² Systemets utsignal då insignalen är en enhetsimpuls $\delta(t)$

³ Trekantssymbolen är en multiplikation med -1

- B13. Ett LTI-system har den egenskapen att en sinusformad insignal ger upphov till en sinusformad utsignal när eventuella transienter klingat av och stationärtillståndet etablerats. Beräkna utsignalen $y[n]$ i stationärtillstånd då det passerar ett system med differensekvationen

$$y[n] - 0.8y[n - 1] = x[n]$$

och insignal $x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right)$, $\forall n$ (5p)