

# Tentamen SSY080

## Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

29 augusti 2018 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808  
Resultat: Rapporteras in i Ladok  
Granskning: Onsdag 19 september kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.  
Bedömning: Del A: Rätt svar ger 1p.  
Del B: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

### Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Krav för godkänt.

Del A	5 p	av tot 10 p
Del B	7 p	av tot 15 p

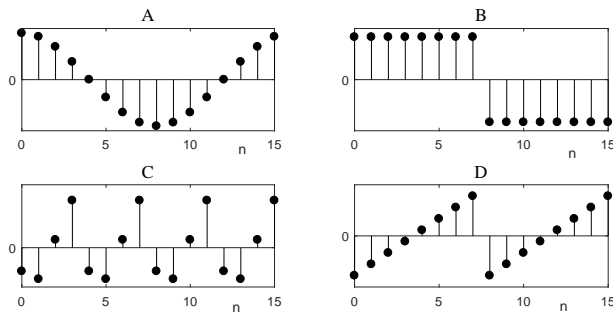
Betygsgränser.

<i>Poäng</i>	12-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	3	4	5

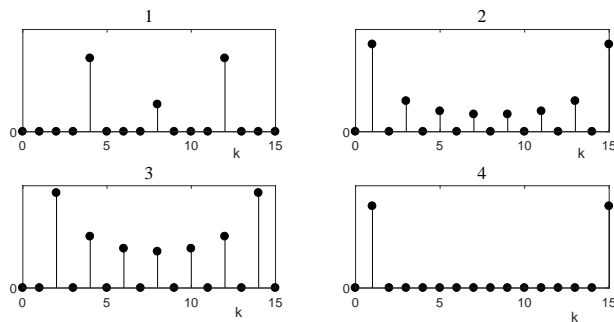
Lycka till!

**Del A.** En poäng (1p) per A-uppgift. **Ange endast svar.** Inga uträkningar eller motsvarande kommer att beaktas.

A1. Fyra diskreta signaler  $x[n]$  med  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  där  $N = 15$  visas i figur 1. Den Diskreta Fouriertransform (DFT,  $X[k]$ ) beräknas för var och en av dessa signaler. Beloppen av DFT visas i figur 2 men i blandad ordning. Para ihop varje signal (A,B,C,D) med rätt DFT(1,2,3,4).



Figur 1: Fyra diskreta signaler,  $x[n]$



Figur 2:  $|X[k]|$  från de fyra signalerna

A2. En kausal och diskret signal  $x[n]$  har  $z$ -transformen

$$X(z) = \frac{z^3 + 2z^2 - 4z + 8}{z^3} .$$

Beräkna signalen  $x[n]$ .

A3. Fourierserien för en kontinuerlig och periodisk signal kan tecknas

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(\omega_0 n t) + b_n \sin(\omega_0 n t) \quad .$$

Beräkna Fourierseriekoefficienterna ( $a_n$  och  $b_n$ ) för signalen

$$x(t) = 5 \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{6}) + 2 \cos(3\omega_0 t - \frac{\pi}{3}) \quad .$$

A4. En kontinuerlig sinusformat signal  $x(t) = 8 \sin(\omega t)$  utgör insignal till ett LTI-system med överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{s\sqrt{10}}{s+8} \quad .$$

Vid vilken vinkelfrekvens  $\omega$  blir utsignalens amplitud lika med 24? Studera stationärtillståndet när alla eventuella insvängningsförlopp klingat av.

A5. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = \begin{cases} \frac{n+1}{n+2}, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

Beräkna utsignalvärdet  $y[4]$  då insignalen är

$$x[n] = \delta[n] + u[n-2] - u[n-4]$$

A6. I kursens laborationsuppgift konstruerades ett kontinuerligt notchfilter vilket innebär att filtret kan släcka ut vissa frekvenser. Vilka frekvenser som släckt ut bestäms av överföringsfunktionens täljarpolynom. Bestäm koefficienterna  $a$  och  $b$  i täljarpolynomet  $T(s) = s^2 + sa + b$  till ett stabilt filter så att vår vanliga nätfrekvens 50 Hz släcks ut.

A7. Beräkna Laplacetransformen  $X(s)$  till rampfunktionen  $x(t) = tu(t)$ .

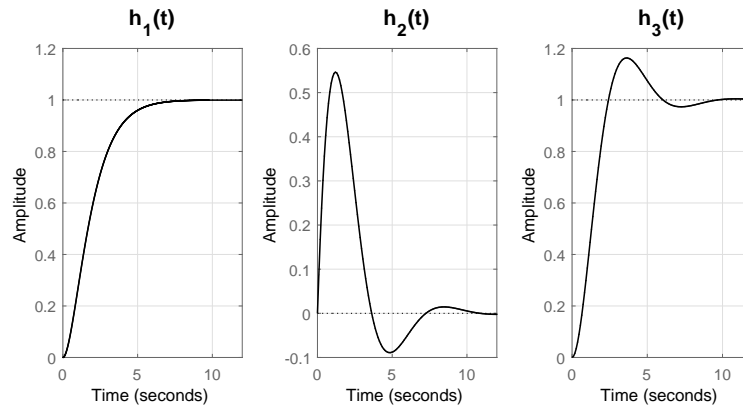
A8. Vilken/vilka av dessa transformeringar är periodiska och kontinuerliga

- (1)  $X(j\omega)$ , Fouriertransform
- (2)  $X(e^{j\Omega})$ , Diskret tid Fouriertransform
- (3)  $X[k]$ , Diskret Fouriertransform
- (4)  $c_k$ , Fourierserien på komplex form

A9. Ett kausalt och kontinuerligt system har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} .$$

Vilket impulssvar har systemet? Välj rätt alternativ från figur 3.



Figur 3: Tre olika impulssvar.

A10. En sinusformad signal  $\sin(\omega t)$  samplas med exakt 16 sampel per period. Då erhålls den diskreta signalen  $x[n] = \sin(\Omega n)$ . Vilket värde har  $\Omega$  ?

---

**Del B.** Fem poäng (5p) per B-uppgift. Fullständiga lösningar skall redovisas.

B11. Stegsvaret till ett kontinuerligt LTI-system är

$$y_s(t) = (1 - e^{-2t})u(t) .$$

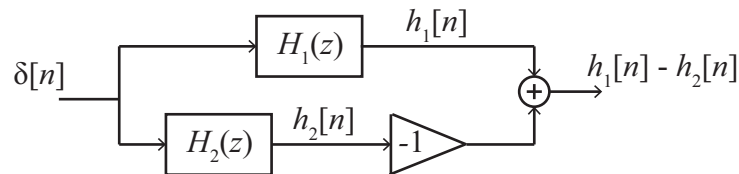
Beräkna systemets utsignal  $y(t)$  då insignalen är (5p)

$$x(t) = e^{-t} \sin(3t)u(t) .$$

- B12. Beräkna impulssvaret  $h[n] = h_1[n] - h_2[n]$  till det sammansatta diskreta systemet som visas i figur 4. (5p)

$$H_1(z) = \frac{6z}{z^2 - 0.4z - 0.05}$$

$$h_2[n] = [5(0.5)^{n-1} + (-0.1)^{n-1}]u[n-1]$$



Figur 4: Diskret sammansatt system.

- B13. En kontinuerlig och periodisk signal  $x(t)$  kan beskrivas med en komplex Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

där koefficienterna har följande värden <sup>1</sup>

$$\begin{aligned} c_0 &= 2 & c_1 &= c_{-1} = 1 & c_2 &= c_{-2}^* = j0.5 \\ c_3 &= c_{-3}^* = j0.2 & c_k &= 0, \text{ för övriga } k \end{aligned}$$

Signalen  $x(t)$  passerar ett system  $G(j\omega)$  med frekvenssvaret

$$G(j\omega) = 1 - H(j\omega)$$

där  $H(j\omega)$  är ett idealt lågpasfilter och beskrivs som

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \frac{11\omega_0}{7} \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

- Beräkna utsignalens  $\{y(t)\}$  Fourierseriekoefficienter. (3p)
- Beräkna kvoten mellan utsignalens medeleffekt och insignalens medeleffekt. (2p)

<sup>1</sup>  $c^*$  innebär komplexkonjugatet av  $c$