

# Tentamen SSY080

## Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

28 oktober 2016 kl. 14.00-18.00 sal: M

- Förfrågningar: Ants Silberberg, tel. 1808  
Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok  
Granskning: Måndag 14 november kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311 på plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.  
Bedömning: Del A: Rätt svar ger 1p.  
Del B: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

### Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skrivna' text.

Krav för godkänt.

Del A	5 p	av tot 10 p
Del B	7 p	av tot 15 p

Betygsgränser.

<i>Poäng</i>	12-15	16-20	21-25
<i>Betyg</i>	3	4	5

Lycka till!

**Del A.** En poäng (1p) per A-uppgift. **Ange endast svar.** Inga uträkningar eller motsvarande kommer att beaktas.

A1. Signalen  $x(t) = \cos(300t)$  utgör insignal till ett kontinuerligt och kausalt LTI-system med impulssvaret

$$h(t) = 600 \cdot e^{-\sqrt{3} \cdot 100t} \cdot u(t)$$

Beräkna utsignalen  $y(t)$  ifrån systemet i stationärtillstånd (eventuella transienter har då klingat av och kan försummas).

A2. Beräkna koefficienterna  $c_k$  i den komplexa Fouriersserien till signalen

$$x(t) = 5 + 2 \cos\left(500t + \frac{\pi}{6}\right) \quad .$$

A3. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = \begin{cases} \frac{2}{n} & \text{för } n \geq 1 \\ 0 & \text{för } n \leq 0 \end{cases}$$

Beräkna utsignalvärdet  $y[4]$  då insignalen är

$$x[n] = \begin{cases} 1 & \text{för } n = 0, 2, 4 \\ 0 & \text{för övrigt} \end{cases}$$

(Hint:  $x[n] = \delta[n] + \delta[n - 2] + \delta[n - 4]$ .)

A4. Beräkna impulssvaret till ett diskret och kausalt system med differens-ekvationen

$$y[n] = 10x[n] - 0.5y[n - 1] \quad .$$

$x[n]$  är insignal och  $y[n]$  utsignal.

A5. Ett kontinuerligt system beskrivs med sambandet  $y(t) = e^{-\pi t} \cdot x(t)$  där  $x(t)$  är insignal och  $y(t)$  utsignal. Två frågor. Är systemet linjärt? Är systemet tidsinvariant?

A6. Tio hela perioder av signalen  $x(t) = \sin(16t)$  samplas med 8 sampel per period. Totalt  $N = 80$  sampel. DFT ( $X[k]$ ) beräknas av den samplade signalen. För vilket/vilka index  $k$  blir  $|X[k]|$  störst?

A7. Efter en analys av ett kausalt och kontinuerligt system har utsignalens Laplacetransform beräknats till

$$Y(s) = \frac{s + 200}{s^2 + s200 + 2 \cdot 10^4} \quad .$$

Beräkna motsvarande utsignal  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$ .

A8. Diskret tid Fouriertransform (DTFT) beräknas utifrån en diskret signal  $x[n]$  och tecknas ofta  $X(e^{j\Omega})$ . Vanligen är transformen komplexvärd. Ange vilken av egenskaperna som gäller:

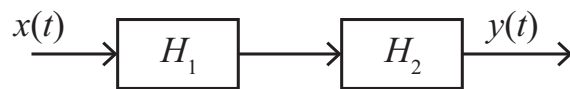
- i)  $X(e^{j\Omega})$  är en diskret sekvens
- ii)  $X(e^{j\Omega})$  är kontinuerlig i  $\Omega$
- iii)  $X(e^{j\Omega})$  är periodisk
- iv)  $X(e^{j\Omega})$  är icke periodisk

A9. Man vill konstruera ett enkelt kontinuerligt filter som bland annat släcker ut vinkelfrekvensen  $\omega = 700$  rad/s. Ta fram ett andra ordningens täljarpolynom  $T(s) = s^2 + sa + b$  till en överföringsfunktion  $H(s)$  som säkerställer detta krav. Överföringsfunktionen  $H(s)$  består av en kvot mellan polynom som har reella koefficienter. Ange värdet på koefficienterna  $a$  och  $b$ .

A10. En kontinuerlig signal  $x(t) = \sin(2\pi 36t)$  samplas med samplingsfrekvensen 60 Hz. Efter att ha utnyttjat metoden för perfekt rekonstruktion med ett idealt LP-filter erhålls signalen  $x_1(t) = \sin(\omega t)$ . Vilket värde har  $\omega$ ?

**Del B.** Fem poäng (5p) per B-uppgift. Fullständiga lösningar skall redovisas.

- B1. Två kontinuerliga LTI-system är kopplade i serie enligt figur 1. Beräkna systemets utsignal  $y(t)$  då insignalen  $x(t) = 6e^{-3t}u(t)$ . Följande information beskriver de två delsystemen: System  $H_1$  har en överföringsfunktion lika med  $H_1(s) = \frac{4}{s+2}$ . System  $H_2$  har ett stegsvar som är  $y_2 = (1 - e^{-5t})u(t)$  (5p)



Figur 1: Kontinuerliga system

- B2. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-2)} u[n-1]$$

- (a) Beräkna systemets överföringsfunktion  $H(z)$  (3p)  
 (b) Teckna systemets differensekvation där  $y[n]$  är systemets utsignal och  $x[n]$  dess insignal. (2p)

(Hint:  $(\frac{1}{2})^{(n-2)} = (\frac{1}{2})^{(-1)} \cdot (\frac{1}{2})^{(n-1)}$ )

B3. En hemmabyggt signalgenerator kan leverera olika kontinuerliga signaler. Signalernas frekvensinnehåll är dock alltid  $< 10\pi$  r/s. Dessa signaler samplas för vidare behandling i ett diskret system.

a) Ange ett lämpligt värde/intervall för val av samplingsfrekvens. Motivering krävs. (1p)

b) Antag att den levererade signalen vid ett tillfälle är

$$x(t) = \cos(2\pi(0.4)t) + \frac{1}{2} \cos(2\pi(0.45)t) .$$

Beräkna hur länge denna signal behöver samplas för att man tydligt skall kunna detektera de två sinusformade komponenterna i signalen  $x$ . Frekvensanalys görs med hjälp av en DFT ( $X[k]$ ) beräkning. Med tydligt menas att  $|X[k_1]|$  och  $|X[k_2]|$  är två tydliga toppar i beloppet av signalens DFT och skillnaden mellan index  $k_1$  och index  $k_2$  är minst 10. Välj samplingsfrekvens enligt uppgift a). (4p)