Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

31 oktober 2014 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 3 nov. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 20 nov. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Betygsgränser .

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

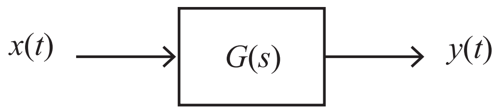
1. Ett kontinuerligt LTI-system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2s}{s+a}$$

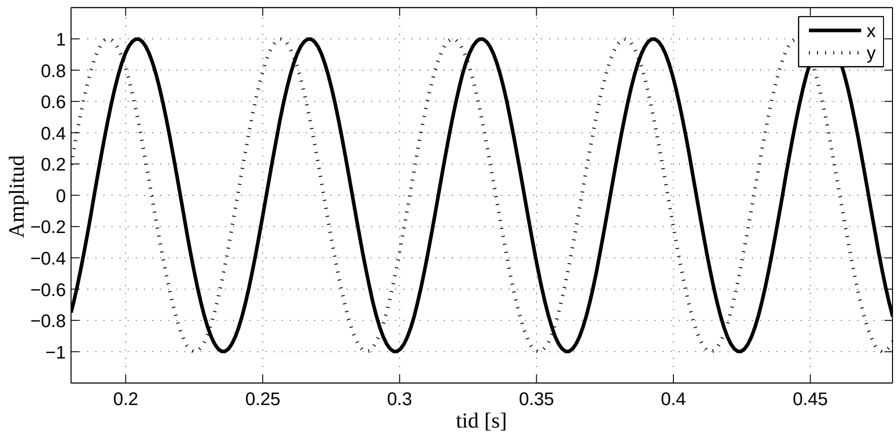
drivs på sin ingång av en kontinuerlig sinusformad signal $x(t) = \sin(100t)$ enligt figur 1. Utsignalen $y(t)$ visas ihop med insignalen i figur 2.

(a) Beräkna konstanten a som finns i $G(s)$. *(3p)*

(b) Använd resultatet i deluppgift (a) och beräkna fasförskjutningen mellan in- och utsignal. *(2p)*



Figur 1: LTI system



Figur 2: Insignal $x(t)$ {heldragen} och utsignal $y(t)$ {streckat}

2. Ett diskret kausalt system beskrivs med följande differensekvation

$$y[n] = 0.1y[n-1] + 0.2y[n-2] + x[n]$$

   (a) Beräkna systemets överföringsfunktion. *(2p)*

   (b) Ta fram ett uttryck för systemets impulssvar, $h[n]$, samt ange dess numeriska värden för $n = 0, 1, 2$. *(2p)*

   (c) Är systemet stabilt? Motivera! *(1p)*

3. Impulssvaret till ett kontinuerligt LTI-system är

$$h(t) = \delta(t) + (\cos(t) + 2\sin(t))\, u(t).$$

   Beräkna systemets utsignal $y(t)$ för insignalen $x(t) = e^{-2t}u(t)$. *(5p)*

4. En kontinuerlig signal $y_1(t)$ skapas genom faltning mellan två signaler och signalen $y_2(t)$ genom multiplikation av samma signaler. Alltså är
   $y_1(t) = x_1(t) * x_2(t)$ och $y_2(t) = x_1(t)x_2(t)$.
   Signalerna $x_1(t)$ och $x_2(t)$ är bandbegränsade vilket ges av signalernas Fouriertransformer;
   $X_1(j\omega) = 0$ för $|\omega| > 200\pi$ och $X_2(j\omega) = 0$ för $|\omega| > 600\pi$

   Signalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$ samplas genom att de multipliceras med ett impulståg och följande två signaler erhålls,

$$y_{pm}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_m(nT)\delta(t - nT), \qquad m = 1, 2 \ .$$

   Bestäm de värden på samplingsintervallet T som gör det möjligt att återskapa $y_1(t)$ från $y_{p1}(t)$ samt de värden på samplingsintervallet som gör det möjligt att återskapa $y_2(t)$ från $y_{p2}(t)$. *(5p)*

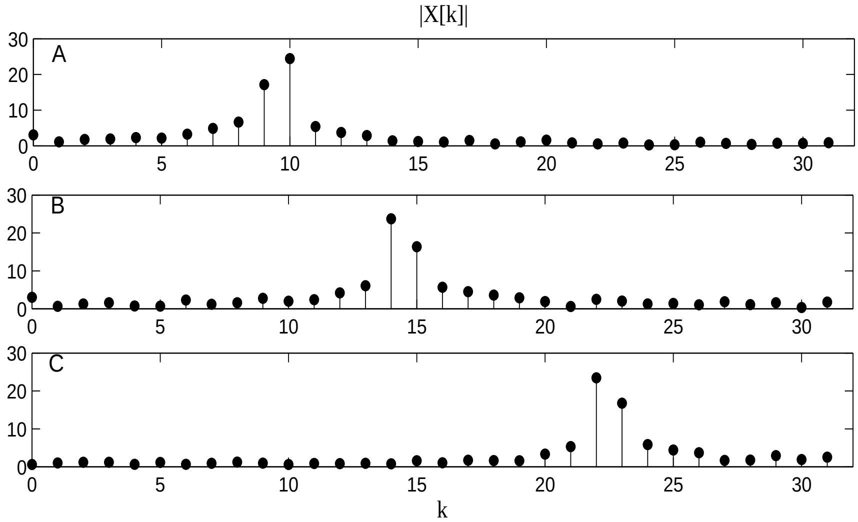
5. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Vi har tillgång till en reell och kontinuerlig sinusformad signal med frekvensen 250 Hz. Till denna signal har det också adderats lite brus. Tre diskreta signaler genereras genom sampling med tre olika sampelintervall (T_1, T_2 och T_3). Antal sampel är N=64 för varje diskret signal. Beloppet av dessa tre signalers DFT ($|X[k]|$) beräknas och visas i blandad ordning i figur 3 för $k = 0, 1, 2, 3, \cdots, \frac{N}{2} - 1$. Para ihop sampelintervall med rätt DFT plot. Tydlig motivering krävs! *(5p)*



Figur 3: |DFT| av de tre diskreta signalerna

$T_1 = 0.90$ ms

$T_2 = 1.4$ ms

$T_3 = 3.4$ ms

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

5 januari 2015 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås onsdag 7 jan. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 21 jan. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

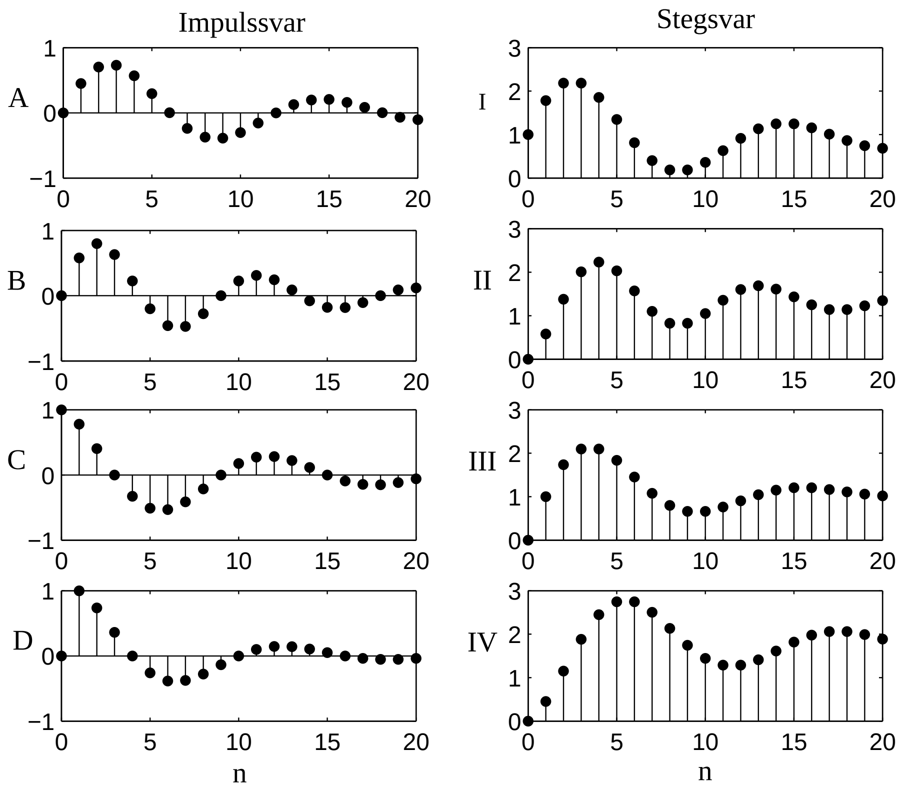
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Betygsgränser .

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Impulssvar och stegsvar till fyra olika kausala diskreta system presenteras i figur 1 men i blandad ordning. Kombinera ihop impulssvaren (A, B, C, D) med motsvarande stegsvar (I, II, III, IV). Svaren måste motiveras väl. *(3p)*



Figur 1: Impulssvar och Stegsvar från fyra olika system

(b) En kontinuerlig och periodisk signal tecknas

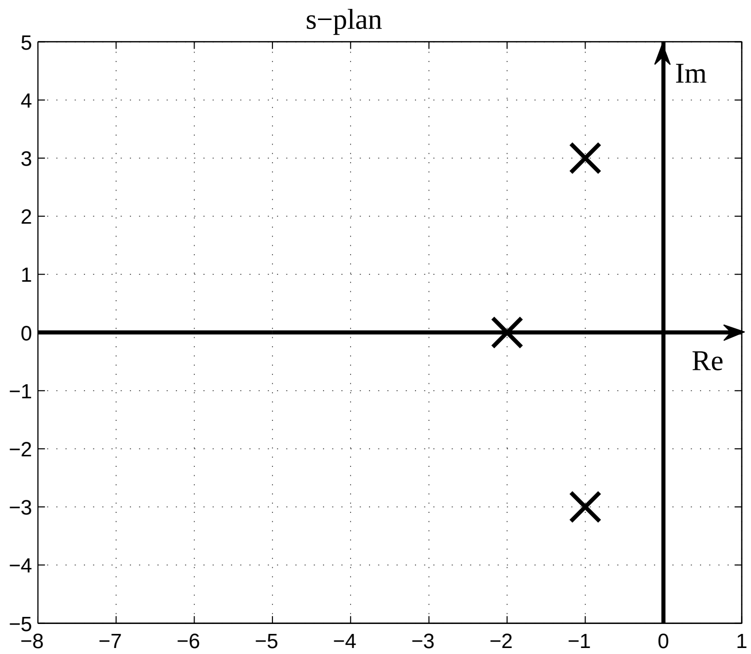
$$x(t) = 2\cos(12t) + 4\sin(48t) + 6\cos(8t + \pi/3)\ .$$

Beräkna signalens fundamentala periodtid. *(2p)*

2. Överföringsfunktionen till ett kontinuerligt och kausalt LTI-system har inga nollställen men tre poler enligt figur 2. Systemets maximala förstärkning vid låga vinkelfrekvenser är 2.

   (a) Bestäm systemets överföringsfunktion $H(s)$. *(3p)*

   (b) Insignalen till systemet är $x(t) = 5\cos(4t)$. Beräkna systemets utsignal $y(t)$ i stationärtillstånd (då man bortser ifrån eventuella insvängningsförlopp). *(2p)*



Figur 2: pol-diagram för ett kontinuerligt system

3. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = \left[\frac{1}{2}(0.6)^n + \frac{1}{2}(-0.2)^n\right] u[n] \ .$$

   (a) Bestäm systemets överföringsfunktion $H(z)$. *(2p)*

   (b) Beräkna systemets stegsvar $y_s[n]$. *(3p)*

4. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ kan beskrivas med en komplex Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t}$$

där koefficienterna har följande värden [1]

$$c_0 = 2 \qquad c_1 = c_{-1} = 1 \qquad c_2 = c_{-2}^* = j0.5$$
$$c_3 = c_{-3}^* = j0.2 \qquad c_k = 0 \text{ , för övriga } k$$

Signalen $x(t)$ passerar ett system $G(j\omega)$ med frekvenssvaret

$$G(j\omega) = 1 - H(j\omega)$$

där $H(j\omega)$ är ett idealt lågpassfilter och beskrivs som

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \dfrac{11\omega_o}{7} \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

a) Beräkna utsignalens $\{y(t)\}$ Fourierseriekoefficienter. *(3p)*

b) Beräkna kvoten mellan utsignalens medeleffekt och insignalens medeleffekt. *(2p)*

[1] c^* innebär komplexkonjugatet av c

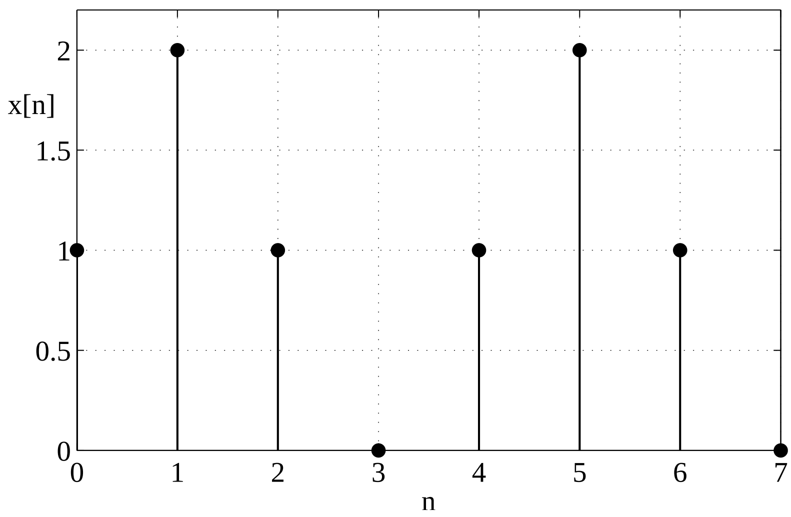
5. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

I figur 3 visas åtta värden av en samplad signal. Signalvärdena i figuren är [1, 2, 1, 0, 1, 2, 1, 0]. Bestäm med hjälp av DFT den spektrala komponent (alltså $X[k]$) som svarar mot frekvensen 75 Hz. Samplingsfrekvensen är 200 Hz. *(5p)*



Figur 3: Samplad signal $x[n]$ med 8 värden

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

26 augusti 2015 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 17 sept. kl. 11.30 - 12.30 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

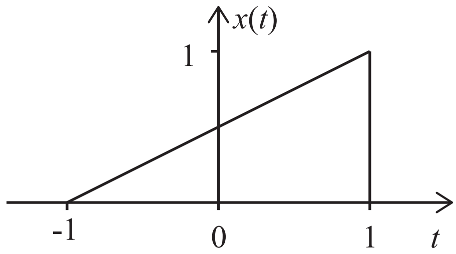
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Betygsgränser .

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Den kontinuerliga signalen $x(t)$ har formen av en sågtandspuls enligt figur 1.
Gör en tydlig skiss över signalen $y(t) = x(0.5(t+1)) - x(2t-3)$. *(2p)*



Figur 1: Signalen $x(t)$

b) Beräkna den fundamentala perioden hos den diskreta signalen

$$x[n] = \cos\left(\frac{9\pi n}{2}\right) + 3\sin\left(\frac{6\pi n}{5} + \frac{\pi}{7}\right)$$

(3p)

2. Utsignalen från ett diskret LTI-system ges av

$$y[n] = 2(0.2^n - (-0.6)^n)u[n]$$

då insignalen är

$$x[n] = (-0.6)^n u[n] \ .$$

Beräkna systemets överföringsfunktion samt den differensekvation som beskriver systemet. *(5p)*

3. Stegsvaret från ett kontinuerligt LTI-system ges av

$$y(t) = 0.1(2 - e^{-5t}(2\cos(10t) + \sin(10t)))u(t) \ .$$

Beräkna systemets överföringsfunktion samt impulssvar. *(5p)*

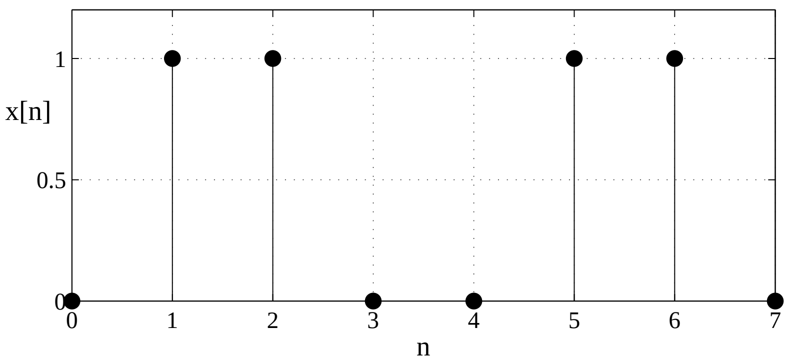
4. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

I figur 2 visas en samplad signal. Den består av 8 värden. (Signalvärdena är [0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0]). Bestäm med hjälp av DFT den spektralkomponent (alltså $X[k]$) som svarar mot frekvensen 400 Hz. Samplingsintervallet är 625 μs. *(5p)*



Figur 2: Samplad signal

5. Fourierserien för en periodisk och kontinuerlig signal $\hat{x}(t)$ kan tecknas på följande välbekanta form

$$\hat{x}(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)\right) \ .$$

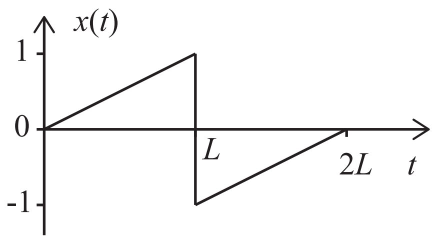
Enligt tabell kan Fourierserien för en viss periodisk signal $x(t)$ tecknas som

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \ .$$

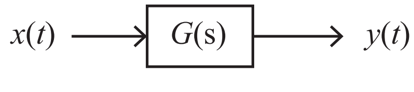
En period ($0 \leq t < 2L$) av signalen visas i figur 3. $L = \frac{\pi}{10}$ s. Signalen $x(t)$ utgör insignal till ett kontinuerligt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{400}{(s+20)^2}$$

enligt figur 4. Beräkna amplituden hos de tre sinusformade signalerna med lägst frekvens som ingår i systemets utsignal $y(t)$. Bortse ifrån eventuella insvängningsförlopp. *(5p)*



Figur 3: För $0 \leq t < 2L$ visas en period av $x(t)$.



Figur 4: Systemet $G(s)$.