Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

25 okt. 2013 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 28 okt. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Måndag 11 nov. kl. 11.30 - 12.30 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

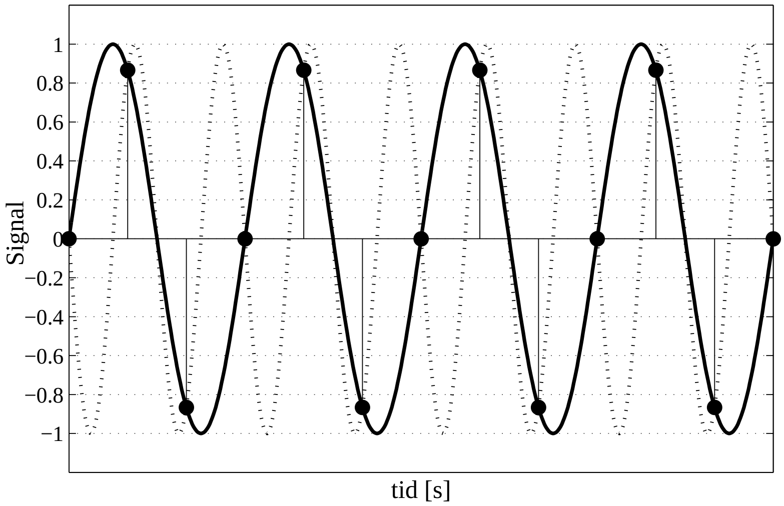
- Typgodkänd miniräknare.
- Beta Mathematics Handbook.
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller datorutskrifter.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Två kontinuerliga och sinusformade signaler med olika frekvens visas i figur 1. Signal $x_1(t)$ (heldragen linje) och signal $x_2(t)$ (streckad linje) samplas med sampelintervallet $T = \frac{1}{3}$ ms. Samma sampelvärden erhålls från de bägge signalerna (visas som $\bullet$ i figuren). Beräkna vinkelfrekvenserna för signalerna $x_1(t)$ och $x_2(t)$. Jämför dessa signalers vinkelfrekvens med samplingsvinkelfrekvensen ω_s. *(3p)*



Figur 1: Två signaler och deras sampelvärden.

(b) Frekvensinnehållet i en bandbegränsad kontinuerlig signal skall undersökas. Signalens högsta vinkelfrekvens $\omega_M = 10 \cdot 10^3$ rad/s. Signalen samplas med samplingsvinkelfrekvensen $\omega_s = 4\omega_M$ och den samplade signalens DFT beräknas ($X[k]$). Hur många sampel uttryckt som $N = 2^m$ krävs för att få en frekvensupplösning i $X[k]$ som är 10 rad/s eller mindre? Ange värdet på heltalen N och m. *(2p)*

2. Frekvenssvaret till ett kontinuerligt andra ordningens system $H(j\omega)$ utgör ett så kallat allpassfilter. Systemets överföringsfunktion $H(s)$ har två poler p_1 och p_2 samt två nollställen c_1 och c_2 där [1]

$$p_1 = p_2^* = -1 + 3j \qquad\qquad c_1 = c_2^* = 1 + 3j$$

Amplitudförstärkningen vid låga frekvenser ($\omega \to 0$) är 5.

   (i) Ta fram systemets överföringsfunktion. *(2p)*

   (ii) Ta fram systemets frekvenssvar och beräkna amplitud- och faskarakteristiken. *(3p)*

3. [2] Ett diskret LTI-system beskrivs med differensekvationen

$$y[n] - 0.5y[n-1] = 5x[n] - 4x[n-1] \quad .$$

Beräkna systemets utsignal $y[n]$ för insignalen $x[n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$. Antag att begynnelsevärdet $y[-1] = 0$. *(5p)*

4. Utsignalen från ett kontinuerligt LTI-system blir

$$y(t) = 10e^{-t}\cos(4t)u(t)$$

för insignalen

$$x(t) = e^{-t}u(t)$$

   (i) Ta fram systemets överföringsfunktion. *(2p)*

   (ii) Beräkna systemets impulssvar. *(3p)*

5. En exponentiellt avtagande puls $x(t) = 2e^{-0.2t}u(t)$ utgör insignal till ett idealt lågpassfilter $G(j\omega)$. Beräkna filtrets brytfrekvens ω_c så att filtrets utsignal har en energi som är hälften av insignalens energi. *(5p)*

$$G(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & |\omega| \geq \omega_c \end{cases}$$

[1] p^* betecknar konjugatet till p

[2] Två små tryckfel i uppg. 3 korrigerade i denna version

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

17 jan. 2014 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 20 jan på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 4 feb kl. 12.00 - 13.10 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare.
- Beta Mathematics Handbook.
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller datorutskrifter.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Beräkna Fourierseriekoeficienterna c_k till den periodiska och kontinuerliga signalen

$$x(t) = 5\cos(\omega_o t + \pi/4) + 2\sin(3\omega_o t) \quad .$$

Använd den komplexa Fourierserien *(2p)*

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t} \quad .$$

(b) Signalen $x(t)$ i uppgift (a) utgör insignal till ett system med överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{\omega_o}{s + \omega_o} \quad .$$

Beräkna systemets utsignal $y(t)$ i stationärtillstånd. (Antag att alla eventuella insvängningsförlopp har klingat av.) *(3p)*

2. Ett kontinuerligt LTI-system beskrivs med differentialekvationen

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 7\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = 8x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$$

där $y(t)$ är systemets utsignal och $x(t)$ dess insignal. Beräkna systemets utsignal om insignalen utgörs av enhetssteget $u(t)$. Systemet saknar begynnelseenergi vid $t = 0$. *(5p)*

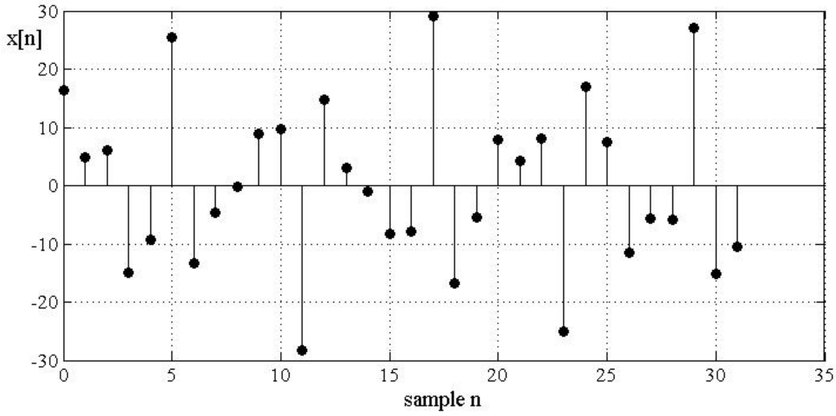
3. Ett diskret LTI-system beskrivs med differensekvationen

$$y[n] - 0.25y[n-1] = 2x[n] - x[n-1] \quad .$$

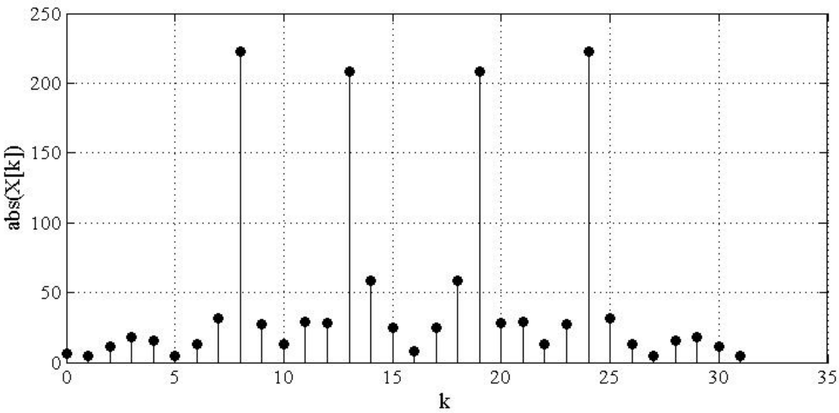
Beräkna systemets utsignal $y[n]$ då insignalen $x[n]$ är *(5p)*

$$x[n] = \left(-\frac{1}{4}\right)^n u[n] \quad .$$

4. En analog signal samplas med samplingsfrekvensen f_s Hz och en sekvens med N st värden erhålls ($x[n]$). Man vet att den samplade signalen består av en (reell) sinusformad signal, $g(t)$, med en frekvens lägre än $f_s/2$ men där även något brus adderats. Dessutom har en kraftig störning ifrån ett nätaggregat adderats till den samplade signalen (50 Hz). Bestäm frekvensen på den sinusformade signalen $g(t)$ utifrån figur 1 som visar den insamplade signalen samt figur 2 som visar absoult-beloppet av den samplade signalens DFT.
$f_s = 200$ Hz och $N = 32$. *(5p)*



Figur 1: Samplad signal, $x[n]$



Figur 2: Absolutbelopp av signalens DFT

5. Den kontinuerliga signalen $x(t)$, med en Fouriertransform $X(j\omega)$ enligt figur 3, samplas genom multiplikation med ett impulståg $p(t)$ enligt figur 4 där

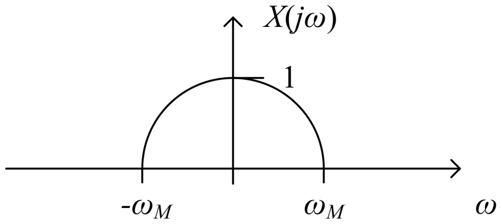
$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad .$$

Det resulterande impulståget har Fouriertransformen $X_p(j\omega) = \mathcal{F}\{x_p(t)\}$.

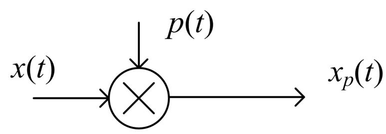
(a) Gör en tydlig skiss över $X_p(j\omega)$ om sampelintervallet T =1.0 ms.

(b) Gör en tydlig skiss över $X_p(j\omega)$ om sampelintervallet T =1.5 ms.

I bäge fallen är $\omega_M = \dfrac{2000\pi}{3}$ r/s. Tydlig motivering till skisserna krävs för full poäng. *(5p)*



Figur 3: Insignalens Fouriertransform.



Figur 4: Modell för sampling.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

27 augusti 2014 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 28 aug. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Fredag 12 sept. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller 'maskin(dator)skriven' text.

Betygsgränser .

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. En periodisk signal, $x(t)$, varierar med tiden, t, enligt

$$x(t) = 1 + 2\cos(300\pi t + \pi/4) + \sin(500\pi t)$$

(a) Beräkna signalens fundamentala frekvens. *(1p)*

(b) Beräkna signalens Fourierseriekoefficienter c_k där Fourierserien ges på komplex form enligt *(3p)*

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t}$$

(c) Beräkna signalens medeleffekt. *(1p)*

2. Ett diskret kausalt system beskrivs med följande differensekvation

$$y[n] = -0.9y[n-1] + 3x[n] - 3x[n-1]$$

(a) Beräkna systemets överföringsfunktion. *(1p)*

(b) Ange systemets poler och nollställen. *(1p)*

(c) Ta fram ett uttryck för systemets impulssvar, $h[n]$, samt ange dess numeriska värden för $n = 0, 1, 2$. *(3p)*

3. Ett kontinuerligt LTI-system har följande stegsvar

$$s(t) = [1 - 0.8e^{-t} - 0.2e^{-6t}]u(t).$$

Beräkna systemets överföringsfunktion samt dess impulssvar. *(5p)*

4. En kontinuerlig periodisk signal $x(t)$ med fundamentala perioden $T_0 =$ 128 ms enligt figur 1 samplas med samplingsintervallet $T_s = 2.0$ ms. En diskret signal $x[n]$ erhålls med $N = 1024$ värden. Den diskreta signalen $x[n]$ analyseras med Diskret Fourier Transform (DFT) och rutinen `fft` i Matlab.

   Diskret Fouriertransform definieras ju som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}, \qquad 0 \leq k \leq N-1$$
$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]e^{jk\frac{2\pi}{N}n}, \qquad 0 \leq n \leq N-1$$

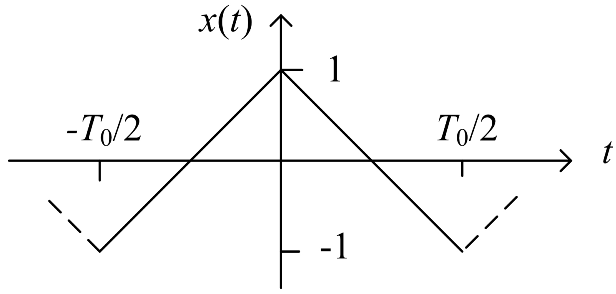
   a) Hur många perioder av $x(t)$ samplas in i $x[n]$? *(1p)*

   b) $x(t)$ kan beskrivas med en Fourierserie. Vilken grundvinkelfrekvens har den? *(1p)*

   c) Vilken är motsvarande diskreta grundvinkelfrekvens, $\Omega_k = k\frac{2\pi}{N}$? *(1p)*

   d) Vid vilket index k är $|X[k]|$ störst? *(1p)*

   e) Vilken kontinuerlig vinkelfrekvens svarar detta index k i deluppgift d) mot? *(1p)*



Figur 1: Del av periodisk signal, $x(t)$.

5. Ett kontinuerligt LTI-system har följande impulssvar

$$h(t) = \delta(t) + 5e^{-5t}u(t)$$

Låt insignalen till systemet (för alla t) vara lika med

$$x(t) = 1 + 2\cos(100t) + \delta(t-1)$$

Beräkna utsignalen från systemet. *(5p)*