Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

26 oktober 2012 kl. 14.00-18.00 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 29 okt. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Måndag 12 nov. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare.
- Beta Mathematics Handbook.
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller datorutskrifter.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Är signalen $x(t) = e^{j(13t+\pi)}$ periodisk? Beräkna i så fall signalens periodtid. *(2p)*

   (b) Beräkna värdet på summan *(1p)*

$$S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{9}\right)(\delta[n] + \delta[n-3] + \delta[n-6])$$

   (c) Beräkna z-transformen till signalen *(2p)*

$$x[n] = u[n-2] * \left(\frac{2}{3}\right)^n u[n].$$

2. Ett kontinuerligt LTI-system har stegsvaret

$$y_s(t) = e^{-6t}u(t)$$

   (a) Beräkna den insignal, $x(t)$, som ger upphov till utsignalen *(4p)*

$$y(t) = e^{-t}u(t).$$

   (b) Ta fram differentialekvationen som beskriver systemet. *(1p)*

3. Ett diskret och kausalt LTI-system beskrivs med differensekvationen

$$y[n] + 0.5y[n-1] = x[n] - 2.1x[n-1]$$

där $y[n]$ är systemets utsignal och $x[n]$ systemets insignal. Beräkna systemets utsignal för insignalen *(5p)*

$$x[n] = 0.8^n u[n].$$

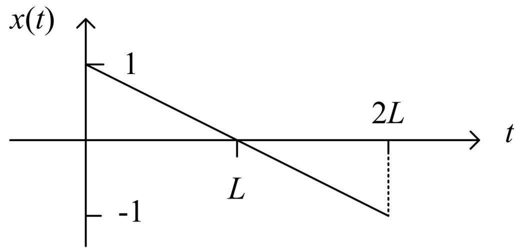
4. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ utgör insignal till ett linjärt LTI-system H. Systemet har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{sK}{s^2 + s160 + 600^2}.$$

Signalen $x(t)$ kan tecknas som en Fourierserie enligt

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{L} t\right).$$

En period av signalen $x(t)$ visas i figur 1. $L = \pi/200$ s. Bestäm konstanten K i systemets överföringsfunktion $H(s)$ så att förstärkningen av den signal i Fourierserien som svarar mot index $n = 3$ får amplitudförstärkningen 10 (antag stationärtillstånd). *(5p)*

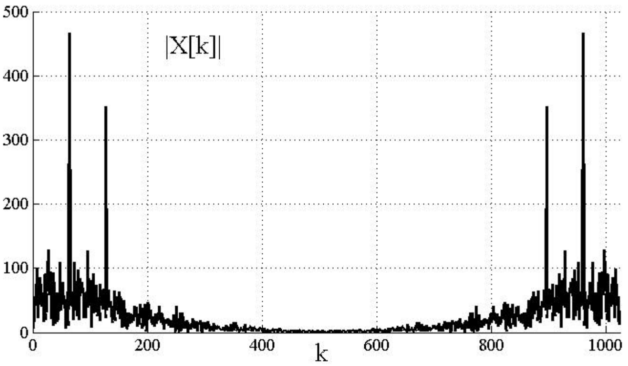


Figur 1: En period av signalen $x(t)$.

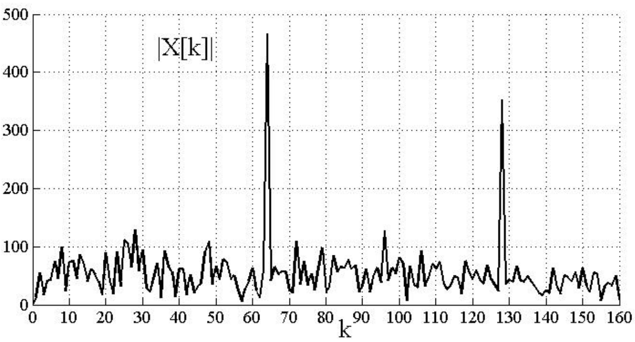
5. I ett sammanhang där en kontinuerlig signal $x(t)$ skall lågpassfiltreras genom ett filter (system) med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{\omega_o^6}{(s + \omega_o)^6}, \qquad \omega_o = 1800 \text{ r/s}$$

upptäcker man att den intressanta signalen $x(t)$ påverkas på ett oönskat sätt av källor i omgivningen som adderar sinusformade signaler till $x(t)$. Efter en frekvensanalys där källan till mätsignalen ges en låg förstärkning analyseras frekvensinnehållet i den totala signalen med Matlabs fft-rutin. Samplingsfrekvensen är $f_s = 800$ Hz och antal sampelvärden $N = 2^{10}$. Beloppet av hela signalens DFT ($X[k]$) visas i figur 2 och en inzoomad variant i figur 3. Man ser att $|X[k]|$ har distinkta toppar vid $k = 64,\ 128\ ,\ 896$ och 960. Utforma ett täljarpolynom till $G(s)$ som släcker ut de sinusformade signalerna som representeras av de tydliga topparna i signalens DFT (figur 2). *(5p)*



Figur 2: $|X[k]|$.



Figur 3: Inzoomad $|X[k]|$.

Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

18 januari 2013 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 21 jan. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Tisdag 5 feb. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare.
- Beta Mathematics Handbook.
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller datorutskrifter.

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Signalen $g(t)$ är kontinuerlig och saknar diskontinuiteter. Ange vad resultatet blir av följande tre operationer. Det räcker med att ange svaret.

   (i) $g(t) * \delta(t - t_o)$ *(1p)*

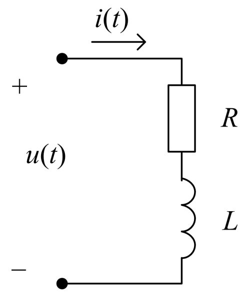
   (ii) $g(t)\delta(t - t_o)$ *(1p)*

   (iii) $\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau - t_o)\delta(\tau)d\tau$ *(1p)*

   (b) En spole och en resistor kopplas i serie enligt figur 1. Kretsen kan ses som ett system med insignalen $i(t)$ (ström) och utsignalen $u(t)$ (spänning). Enligt kretsanalysen ges sambandet mellan signalerna av ekvationen

$$u(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

   Visa att systemet är linjärt. *(2p)*



Figur 1: Elektrisk krets.

2. Då ett kontinuerligt LTI-system i vila påverkas av insignalen $x(t)$ blir systemets utsignal $y(t)$. Beräkna systemets impulssvar då *(5p)*

$$x(t) = \delta(t) - e^{-3t}u(t) \quad \text{och}$$
$$y(t) = (3e^{-5t} - e^{-3t})u(t) \quad .$$

3. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ utgör insignal till ett linjärt system H enligt figur 2. Systemets frekvenssvar kan tecknas

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_o}, & |\omega| \le \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

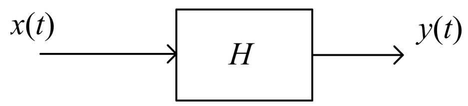
Signalen $x(t)$ kan tecknas som en komplex Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t}, \quad \text{där} \quad c_k = \frac{2}{k^2} \quad \text{för} \quad k \neq 0 \quad \text{och } c_0 = 0.$$

Signalens fundamentala period är T och parametern $\omega_c = \frac{7\pi}{T}$.

(a) Teckna Fourierserien för systemets utsignal $y(t)$. *(3p)*

(b) Beräkna medeleffekten hos systemets utsignal $y(t)$. *(2p)*



Figur 2: System H.

4. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \;, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \;, \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Den kontinuerliga signalen $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, där $x_1(t) = \cos(84\pi t)$ och $x_2(t) = \sin(210\pi t)$, samplas med samplingsintervallet $T_s = \frac{1}{336}$ s . Antal sampel $N = 64$. Nu erhålls den diskreta signalen $x[n] = x(nT_s)$, $n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$. Därefter beräknas signalens DFT enligt sambandet ovan.

(a) Värdet $X[k]$ och $X[k-1]$ $(1 < k < N-1)$ representerear olika frekvenser. Vilken är skillnaden mellan dessa frekvenser i rad/s. *(1p)*

(b) Hur många distinkta toppar kan man se då man plottar $|X[k]|$? *(1p)*

(c) Ange de värden på index k där topparna i $|X[k]|$ infaller. *(2p)*

(d) Hur många sampelvärden per period tas av signal $x_1(t)$ resp. $x_2(t)$? *(1p)*

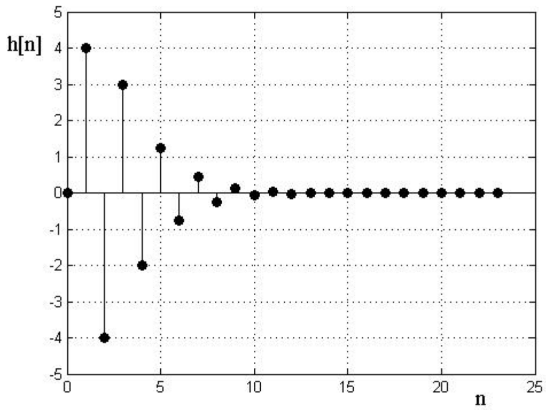
5. Ett diskret och kausalt system har följande överföringsfunktion:

$$Y(z) = \frac{4z}{z^2 + z + 0.25} \quad .$$

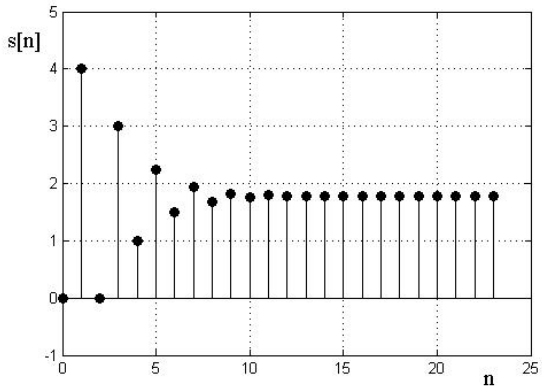
(a) Beräkna systemets impulssvar $h[n]$ *(2p)*

(b) Beräkna systemets stegsvar[1] $s[n]$ *(3p)*

Du kan jämföra dina resultat med plottar av impulssvaret $h[n]$ i figur 3 och stegsvaret $s[n]$ i figur 4.



Figur 3: Impulssvar.



Figur 4: Stegsvar.

[1] Hur man gör en korrekt ansats vid partialbråksuppdelning finns angivet i *Beta*, se *Partial fractions*.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

28 aug. 2013 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 29 aug. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Fredag 13 sept. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare.
- Beta Mathematics Handbook.
- Fyra sidor med egna anteckningar. Endast egenproducerade och handskrivna anteckningar. Inga kopior eller datorutskrifter.

Betygsgränser

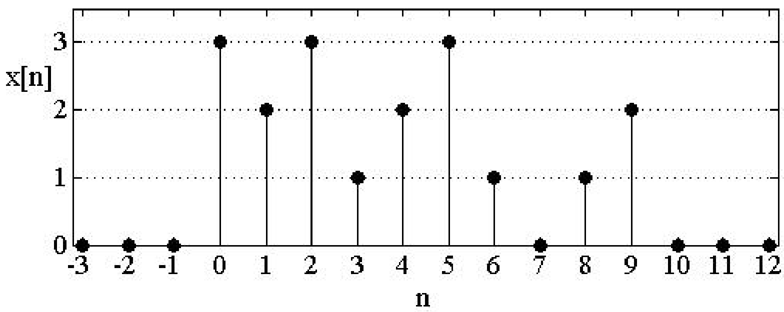
Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Är den kontinuerliga signalen $x(t)$ periodisk? Beräkna i så fall signalens fundamentala period. *(2p)*

$$x(t) = 2\cos(10\pi t + \pi/6) + 5\pi\cos(17\pi t - \pi/4)$$

(b) En diskret signal $v[n]$ erhålls genom sambandet $v[n] = x[1-2n]$. Utseendet hos signalen $x[n]$ ges av figur 1. Signalvärden som ej visas i figuren kan antas vara noll. Signalen $v[n]$ utgör sedan insignal till ett diskret system H med impulssvaret $h[n] = \delta[n-2]$. Beräkna utsignalen $y[n]$ från system H. *(3p)*



Figur 1: Diskret signal.

2. Frekvenssvaret till ett kontinuerligt andra ordningens system ges av [1]

$$H(j\omega) = \frac{\omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + j\sqrt{2}\,\omega\omega_c}$$

där ω_c är en positiv reell konstant.

(a) Beräkna systemets amplitud och faskarakteristik. *(3p)*

(b) Låt insignalen till systemet vara

$$x(t) = \frac{4}{\pi}\left(\sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega_0 t)\right) .$$

Beräkna systemets amplitud och faspåverkan på signalens två sinusformade signaldelar om $\omega_0 = 200\pi$ och $\omega_c = 600\pi$. *(2p)*

[1] $H(j\omega)$ utgör ett lågpassfilter av Butterworth typ.

3. Den kontinuerliga signalen $x(t) = 4\cos(20\pi t)$ samplas genom multiplikation med ett impulståg $p(t)$ enligt figur 2 där $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$ och $T = 25$ ms. Det resulterande impulståget har Fouriertransformen $X_p(j\omega) = \mathcal{F}\{x_p(t)\}$.

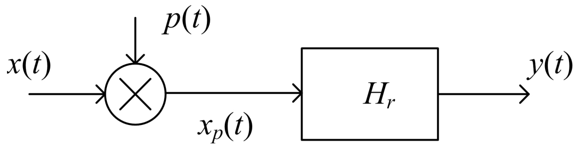
   (a) (i) Vilken är den första (lägsta) positiva frekvens ovanför 10 Hz för vilken $X_p(j\omega)$ är skild från noll.

   (ii) $x_p(t)$ filtreras i ett idealt lågpassfilter H_r. För vilka värden på detta filtrets brytfrekvens blir utsignalen rent sinusformig?

   (iii) $x_p(t)$ filtreras i ett idealt lågpassfilter H_r. För vilka värden på detta filtrets brytfrekvens blir utsignalen noll?

   (b) Upprepa frågorna i del (a) men nu med sampelintervallet $T = \dfrac{1}{12}$ s.

   (5p)



Figur 2: System för sampling och rekonstruktion.

4. Ett kontinuerligt LTI-system beskrivs med differentialekvationen

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = x(t)$$

   där $y(t)$ är systemets utsignal och $x(t)$ dess insignal. Beräkna systemets utsignal för insignalen $x(t) = e^{-7t}u(t)$. Systemet saknar begynnelseenergi vid $t = 0$. *(5p)*

5. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = 0.2^{n-1}u[n-1] \quad .$$

   Beräkna systemets utsignal $y[n]$ då insignalen $x[n]$ är ett fördröjt enhetssteg, $x[n] = u[n-1]$. *(5p)*