Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

19 oktober 2011 kl. 08.30-12.30 sal: Hörsalsvägen

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 20 oktober på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 3 nov kl. 12.15 - 13.20 , rum 3340 (Landahls-rummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Ett system modifierar amplitudnivån på insignalen $x(t)$ och genererar utsignalen $y(t)$ enligt sambandet

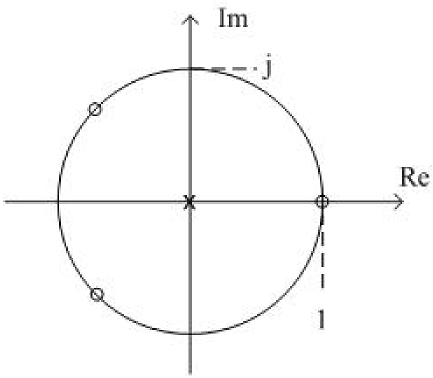
$$y(t) = 2x(t) + 2$$

Är systemet linjärt? Tydlig motivering krävs. *(2p)*

b) Ett diskret LTI-system har ett pol- nollställediagram enligt figur 1. En av dessa fyra insignaler kommer att släckas ut av systemet. Vilken? Klar motivering krävs. *(3p)*

$$x_1[n] = 1 + \cos(\frac{\pi n}{3}) \qquad x_2[n] = \sin(\frac{\pi n}{4})$$

$$x_3[n] = \sin(\frac{3\pi n}{4}) \qquad x_4[n] = (-1)^n$$



Figur 1: Pol- nollställe digram.

2. Sambandet mellan insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$ hos ett kausalt och kontinuerligt LTI-system beskrivs med följande differentialekvation

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = x(t)$$

Beräkna systemets utsignal $y(t)$ för insignalen

$$x(t) = e^{-2t}u(t)$$

(5p)

3. Ett diskret LTI-system har stegsvaret $y_s[n]$ enligt

$$y_s[n] = \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] u[n]$$

Beräkna systemets impulssvar. *(5p)*

4. En teknolog spelar in ljud från sin gitarr med en mikrofon och samplar ljudet i sin dator med samplingsintervallet $T_s = 0.5$ ms. Antalet insamlade sampelvärden är $N = 2^{11}$ vid varje samplingstillfälle. Ett antal diskreta signaler erhålls ($x[n], n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$). Ett försök görs att kontrollera stämningen av gitarrens tre tunnaste strängar som skall motsvara tonerna E (330 Hz), H (247 Hz) och G (196 Hz). Frekvenserna uppskattas genom att beräkna Diskret Fouriertransform [1] av de insamlade datasekvenserna, $X[k] = DFT\{x[n]\}$.

   (a) Vid vilket index k förväntas $|X[k]|$ ha sitt största värde hos de tre tonerna E, H och G? *(4p)*

   (b) Vilken frekvensskillnad i Hz motsvarar två intilliggande värden i signalens DFT (alltså mellan $X[k]$ och $X[k+1]$) ? *(1p)*

[1] Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

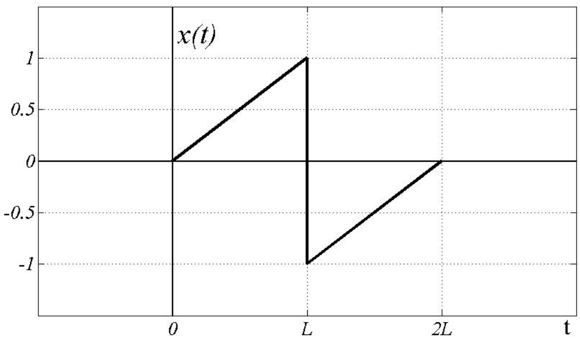
5. Enligt en tabell kan den periodiska signalen $x(t)$ tecknas med Fourier-serien

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right)$$

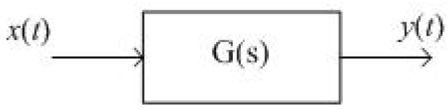
En period ($0 \leq t < 2L$) av signalen visas i figur 2. $L = \pi \cdot 10^{-2}$ s. Signalen $x(t)$ utgör insignal till det kontinuerliga systemet med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{50s}{s^2 + 50s + 40000} \ .$$

enligt figur 3 Beräkna amplituden hos de tre sinusformade signalerna med lägst frekvens som ingår i systemets utsignal $y(t)$. *(5p)*



Figur 2: För $0 \leq t < 2L$ visas en period av $x(t)$.



Figur 3: Systemet $G(s)$.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

10 januari 2012 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås onsdag 11 januari på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 25 jan kl. 12.00 - 13.00 , rum 3340 (Landahls-rummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. (a) Är den kontinuerliga signalen $x_1(t)$ periodisk?
   Ange i så fall signalens periodtid. *(1p)*

$$x_1(t) = u(t - 2\pi) - \frac{1}{2}, \quad \forall t$$

   (b) Är den diskreta signalen $x_2[n]$ periodisk?
   Ange i så fall signalens period. *(2p)*

$$x_2[n] = 3\cos\left(\frac{n\pi}{3} - 7\right), \quad \forall n$$

   (c) Ett diskret system definieras med ekvationen $y[n] = x[7n]$.
   Är systemet linjärt? Motivera! *(2p)*

2. I en elektrisk RLC-krets kan relationen mellan insignalen (spänningen $v(t)$) och utsignalen (spänningen $v_c(t)$ över en kapacitans C) beskrivas med differentialekvationen

$$LC\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v(t)$$

med numeriska värden $\frac{R}{L} = 139$ och $\frac{1}{LC} = 9680$.

   (a) Betrakta den elektriska kretsen som ett system och beräkna dess överföringsfunktion. *(2p)*

   (b) Beräkna överföringsfunktionens poler och nollställen. *(1p)*

   (c) Beräkna systemets impulssvar. *(2p)*

De ingående numeriska värden som anger kretselementens storlek är angivna i Ohm (R), Farad (C) och Henry (L).

3. Ett diskret och kausalt system har följande impulssvar

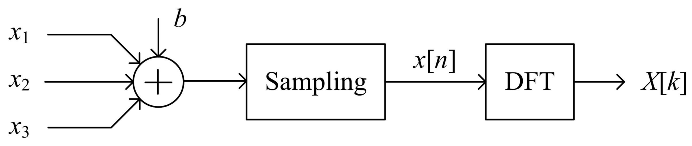
$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + 4\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-1].$$

   (a) Beräkna systemets överföringsfunktion. *(2p)*

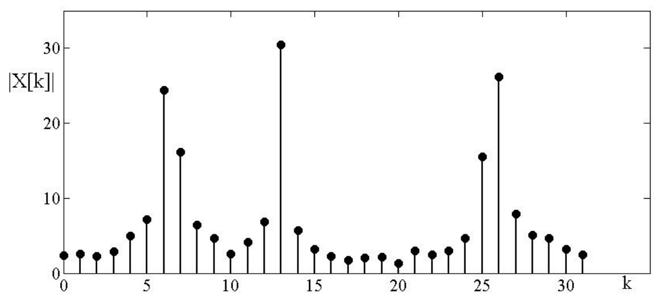
   (b) Ta fram den differensekvation som beskriver systemet. *(2p)*

   (c) Är systemet stabilt? *(1p)*

4. En vetgirig teknolog undersöker hur den Diskreta Fouriertransformen (DFT) [1] ser ut för olika signaler. En lab-uppkoppling enligt figur 1 används. Signalerna $x_1(t)$, $x_2(t)$ och $x_3(t)$ är tre kontinuerliga sinusformade signaler med samma amplitud men med olika frekvens. De tre signalerna adderas ihop med ett svagt brus $b(t)$. Summan av dessa fyra signaler samplas och genererar den diskrea signalen $x[n]$. Sampelintervallet $T = 6.25$ ms och $N = 64$ sampel tas vid varje försök. DFT beräknas av den samplade signalen ($X[k]$=DFT$\{x[n]\}$) och därefter studeras plottar av $|X[k]|$ för $0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$. Frekvensen hos signalerna $x_i(t)$ var alltid olika och varierades mellan följande nio värden: $\{16, 32, 48, 64, 80, 96, 112, 128, 144\}$ Hz. Ange vilka av dessa frekvenser som möjligen kan utgöra en av insignalerna till den samplade signal vars $|X[k]|$ visas i figur 2. God motivering krävs! *(5p)*



Figur 1: Lab-uppkoppling.



Figur 2: $|X[k]|$ från en signal $x[n]$.

[1]Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}\ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

5. Fourierserien för en periodisk och kontinuerlig signal $\hat{x}(t)$ kan tecknas på följande välbekanta form

$$\hat{x}(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t) \right) \ .$$

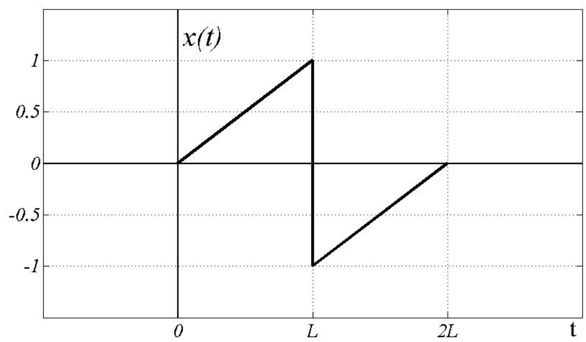
Enligt tabell kan Fourierserien för en viss periodisk signal $x(t)$ tecknas som

$$x(t) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \ .$$

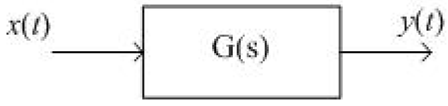
En period ($0 \leq t < 2L$) av signalen visas i figur 3. $L = \frac{\pi}{10}$ s. Signalen $x(t)$ utgör insignal till ett kontinuerligt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{400}{(s+20)^2}$$

enligt figur 4. Beräkna amplituden hos de tre sinusformade signalerna med lägst frekvens som ingår i systemets utsignal $y(t)$. *(5p)*



Figur 3: För $0 \leq t < 2L$ visas en period av $x(t)$.



Figur 4: Systemet $G(s)$.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

29 augusti 2012 kl. 08.30-12.30 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 30 aug. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 19 sept. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3311. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

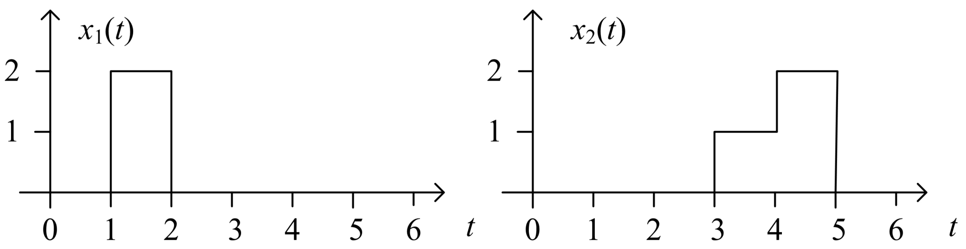
Lycka till!

1. Två signaler, $x_1(t)$ och $x_2(t)$, som finns beskrivna i figur 1 faltas med varandra och bildar en ny signal enligt $y(t) = x_1(t) \star x_2(t)$.

   (a) För vilka värden på t är $y(t) \neq 0$? *(2p)*

   (b) För vilket/vilka värden på t når $y(t)$ sitt största värde ? *(2p)*

   (c) Vilket är största värdet på signalen $y(t)$? *(1p)*



Figur 1: Två kontinuerliga signaler.

2. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ utgör insignal till ett linjärt system H. Systemets frekvenssvar kan tecknas

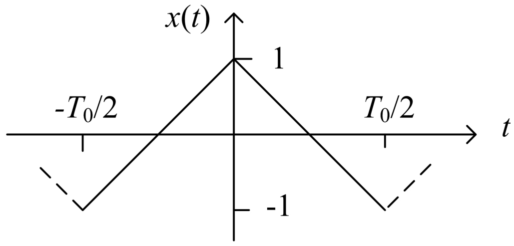
$$H(j\omega) = \frac{j\omega T_0/2\pi}{(j\omega T_0/2\pi)^2 + j\omega T_0/2\pi + 1}.$$

   Systemets utsignal kan tecknas som en Fourierserie på amplitud-fas form enligt

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k).$$

   Beräkna amplituderna A_k och fasvinklarna θ_k för de tre första nollskiljda termerna i utsignalens Fourierserie. Insignalen är en triangelvåg enligt figur 2 med Fourierserien *(5p)*

$$x(t) = \sum_{k=1,3,5,\cdots}^{\infty} \frac{8}{(k\pi)^2} \cos(k\omega_0 t).$$

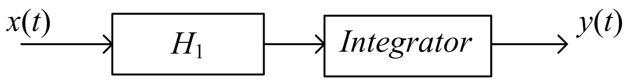


Figur 2: Signal $x(t)$.

3. Den kontinuerliga insignalen $x(t)$ passerar två system enligt figur 3. System H_1 beskrivs med differentialekvationen

$$\frac{d^2y_1(t)}{dt^2} + 3\frac{dy_1(t)}{dt} + 2y_1(t) = 3x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$$

där $x(t)$ betecknar insignal och $y_1(t)$ utsignal till H_1. Systemet som är betecknat med *Integrator* är en ideal integrator. Det systemet integrerar insignalen över tiden. Beräkna det seriekopplade systemets impulssvar. *(5p)*



Figur 3: Två seriekopplade system.

4. Ett diskret och kausalt system beskrivs med följande differensekvation (där $y[n]$ är utsignal och $x[n]$ insignal).

$$y[n] + \frac{1}{3}y[n-1] = 2x[n] + x[n-1].$$

Beräkna systemets utsignal $y[n]$ för insignalen

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u[n-1].$$

(5p)

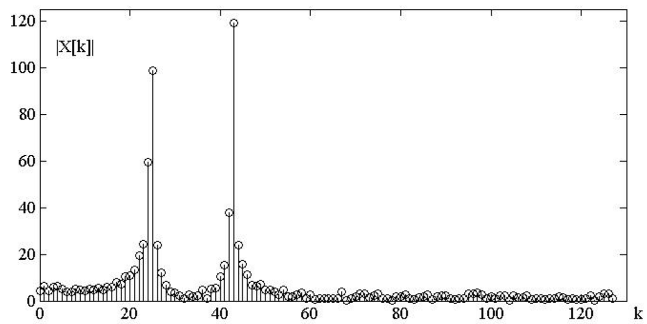
5. En tonvalstelefon avger sk. DTFM (Dual Tone Multiple-Frequency) signaler för varje knapp. Signalen består av två sinusar med frekvenser enligt nedanstående tabell. En knapptryckning genererar alltså signalen

$$x(t) = A\sin(2\pi f_1 t) + A\sin(2\pi f_2 t).$$

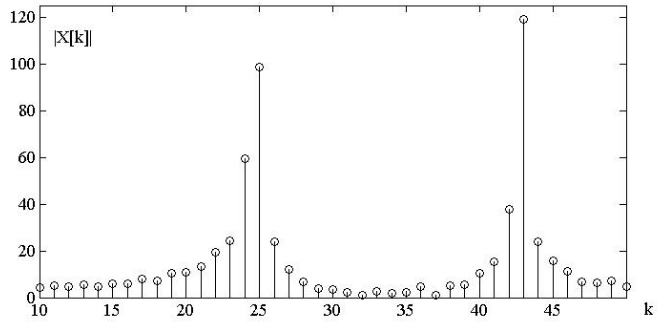
För tex. knapp 9 är $f_1 = 852$ Hz och $f_2 = 1477$ Hz. En D-teknolog har konstruerat en detektor som samplar den mottagna signalen med samplingsfrekvensen 8000 Hz. Därefter beräknas en 256-punkters DFT som beteknas $X[k]$. Utifrån beloppet av $X[k]$ bestäms sedan vilket knapp som tryckts ner. Figur 4 visar resultatet från en knapptryckning. Figur 5 visar samma $X[k]$ men något inzoomad. Vilken knapp har tryckts ner? Svaret skall motiveras väl för full poäng. *(5p)*

Hz	1209	1336	1477
697	1	2	3
770	4	5	6
852	7	8	9
941	*	0	#

Tabell 1: DTMF frekvenser.



Figur 4: $|X[k]|$ för $0 \leq k \leq 128$.



Figur 5: $|X[k]|$ för $10 \leq k \leq 50$.