Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

21 oktober 2009 kl. 14.00-18.00 lokal: Johanneberg

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 22 okt. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok (anonyma tentor).
Granskning:	Onsdag 6 nov. kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. Ett kontinuerligt system beskrivs av ekvationen

$$y(t) = x(t+1)\sin(\omega t + 1), \quad \text{med } \omega \neq 0$$

där $x(t)$ är systemets insignal och $y(t)$ är dess utsignal.

a) Är systemet tidsinvariant? Motivering krävs. *(2p)*

b) Är systemet linjärt? Motivering krävs. *(1p)*

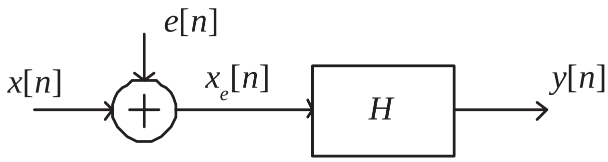
c) Är systemet kausalt? Motivering krävs. *(1p)*

d) Är systemet stabilt? Motivering krävs. *(1p)*

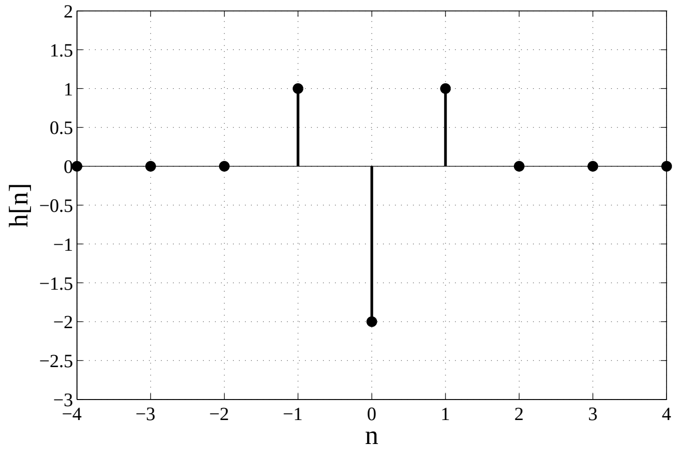
2. Det diskreta LTI-systemet H i figur 1 har ett impulssvar enligt figur 2. De signalvärden $h[n]$ som ej visas i figuren är noll. Systemet beskriver en variant på en kantdetektor där insignalen $x_e[n]$ till systemet utgörs av en summa av en känd signal $x[n]$ samt en möjlig störning $e[n]$.

a) Beräkna utsignalen $y[n]$ då insignalen $x[n]$ ser ut som i figur 3. De signalvärden $x[n]$ som ej visas i figuren är noll. Låt störsignalen $e[n] = 0,\ \forall n$. *(3p)*

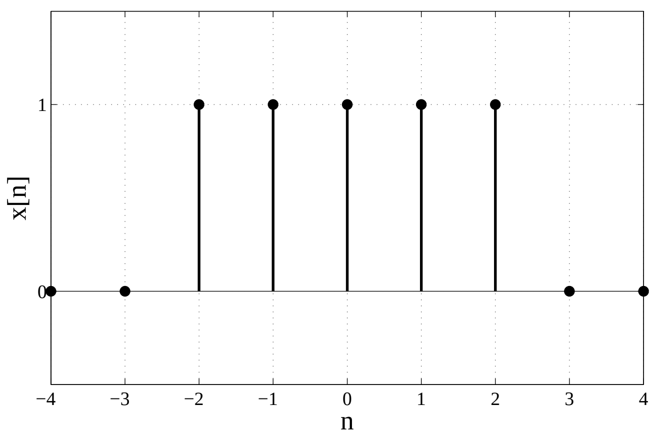
b) Upprepa delproblem a) ovan men låt nu störsignalen $e[n] = -\delta[n+1]$. *(2p)*



Figur 1: LTI-system (kantdetektor)



Figur 2: Impulssvar $h[n]$



Figur 3: Insignal $x[n]$

3. Två kontinuerliga LTI-system kopplas ihop enligt figur 4. System H_1 beskrivs med följande differentialekvation

$$\frac{dw(t)}{dt} + 6w(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 5x(t)$$

och system H_2 har impulssvaret

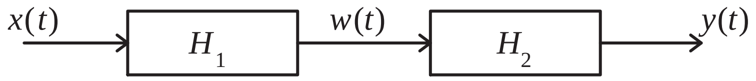
$$h_2(t) = e^{-10t}u(t) \quad .$$

Hela systemet har insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$.

a) Beräkna hela systemets frekvenssvar $H(j\omega) = \dfrac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$. *(1p)*

b) Beräkna hela systemets impulssvar $h(t)$. *(2p)*

c) Teckna differentialekvationen som beskriver sambandet mellan hela systemets utsignal $y(t)$ och dess insignal $x(t)$. *(2p)*



Figur 4: Kaskadkopplat system

4. Överföringsfunktionen till ett diskret och kausalt system tecknas som

$$H(z) = \frac{1 - az^{-1}}{z^{-1} - a}$$

a) Beräkna systemets impulssvar. *(4p)*

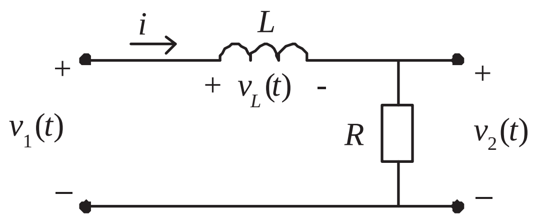
b) För vilka värden på konstanten a är systemet stabilt? *(1p)*

5. En elektrisk krets består av en induktans och en resistans i serie enligt figur 5. Insignalen $v_1(t)$ är en spänning i Volt och visas i figur 6. (Spänningen $v_1(t)$ alstras av en spänningsgenerator.) Spänningen över resistansen $v_2(t)$ betraktas som systemets utsignal. Eftersom insignalen är kontinuerlig och periodisk kan den beskrivas med en Fourierserie enligt

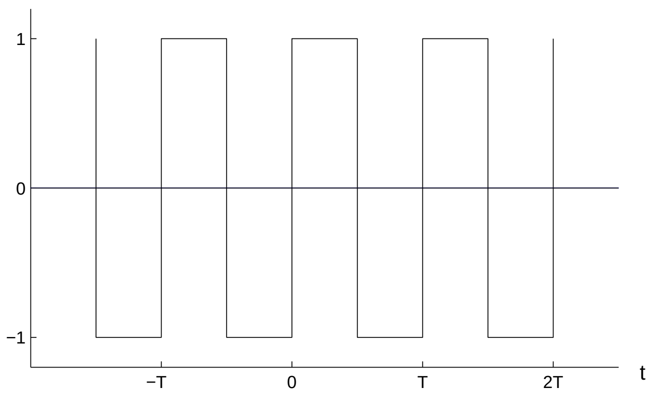
$$v_1(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}.$$

Kravet är att amplituden på de fyra första sinusformade signalerna i insignalen får ej minska med mer än 20% då kretsen passeras. Med andra ord, om utsignalens Fourierseriekoefficienter betecknas med c'_k skall $|c'_k| \geq 0.8|c_k|$ för de fyra första nollskilda Fourierseriekoefficienterna. Beräkna möjliga värden på induktansen L. $R = 70\ \Omega$. Insignalens periodtid $T = 2\pi \cdot 10^{-3}$ s. Kretsekvationer:

$$v_1(t) = v_L(t) + v_2(t), \qquad v_2(t) = i(t)R, \qquad v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$



Figur 5: LC-krets



Figur 6: Fyrkantssignal, $v_1(t)$.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

12 januari 2010 kl. 14.00-18.00 lokal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås onsdag 13 jan. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok (anonyma tentor).
Granskning:	Måndag 25 jan. kl. 12.30 - 13.30 , rum 3315. Plan 3 i ED-huset (Lunnerummet), korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

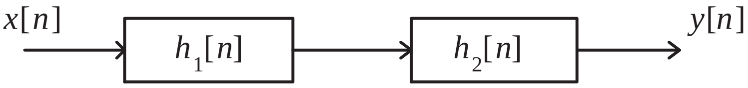
Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

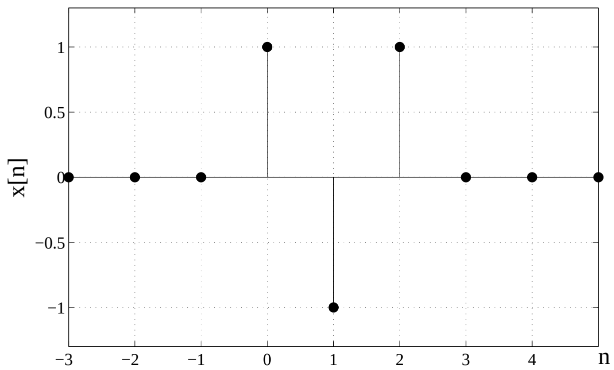
1. Två diskreta LTI-system är sammankopplade enligt figur 1. Impulssvaren till de två systemen ges av

$$h_1[n] = \delta[n-2] \ , \qquad h_2[n] = a^n(u[n] - u[n-4]) \ .$$

Beräkna utsignalen $y[n]$ för insignalen $x[n]$ enligt figur 2. De signalvärden som ej finns med i figuren är noll. *(5p)*



Figur 1: Två diskreta LTI-system



Figur 2: Insignal $x[n]$

2. Stegsvaret till ett kontinuerligt LTI-system har följande utseende

$$y_s(t) = (7 - 8.4e^{-2t} + 1.4e^{-12t})u(t) \ .$$

a) Beräkna systemets impulssvar. *(3p)*

b) Ange poler och nollställen till systemets överföringsfunktion. *(1p)*

c) Vilken maximal förstärkning har systemets frekvenssvar? *(1p)*

3. Ett kausalt och diskret LTI-system kan beskrivas med följande överföringsfunktion

$$H(z) = \frac{1 + \frac{7}{6}z^{-1}}{1 + \frac{1}{3}z^{-1}} .$$

Beräkna systemets utsignal $y[n]$ då insignalen är *(5p)*

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] .$$

4. En hemmabyggd signalgenerator kan leverera olika kontinuerliga signaler. Signalernas frekvensinnehåll är dock alltid $< 10\pi$ r/s. Dessa signaler samplas för vidare behandling i ett diskret system.

   a) Ange ett lämpligt värde/intervall för val av samplingsfrekvens. Motivering krävs. *(2p)*

   b) Antag att den kontinuerliga signalen vid ett tillfälle är

   $$x(t) = \cos(2\pi(0.4)t) + \frac{1}{2}\cos(2\pi(0.45)t) .$$

   Beräkna hur länge denna signal behöver samplas för att man tydligt skall kunna detektera de två sinusformade komponenterna i signalen x. Frekvensanalys görs med hjälp av en DFT ($X[k]$) beräkning. Med tydligt menas att $|X[k_1]|$ och $|X[k_2]|$ är två tydliga toppar i beloppet av signalens DFT och skillnaden mellan index k_1 och index k_2 är minst 10. Välj samplingsfrekvens enligt uppgift a). *(3p)*

5. Ett kontinuerligt system har frekvenssvaret

$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega T}{2\pi}}{(j\frac{\omega T}{2\pi})^2 + j\frac{\omega T}{2\pi} + 1}$$

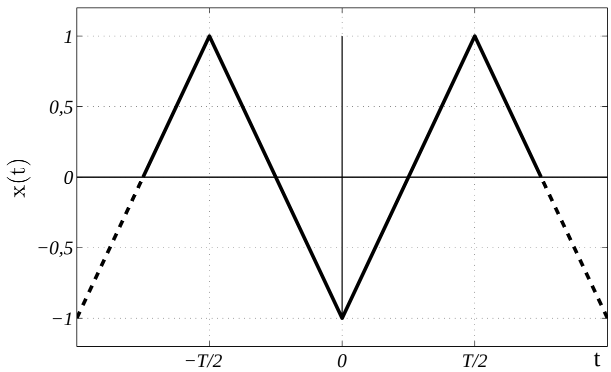
Insignalen till systemet utgörs av en periodisk triangelvåg med perioden T enligt figur 3. Systemets utsignal kan skrivas som

$$y(t) = \sum_{k=1,3,5,\cdots}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

a) Beräkna parametern ω_0. *(1p)*

b) Bestäm amplituderna A_k för $k = 1,\ 3,\ 5.$ *(2p)*

c) Bestäm fasvinklarna φ_k för $k = 1,\ 3,\ 5.$ *(2p)*



Figur 3: Del av periodisk signal $x(t)$

.

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

25 augusti 2010 kl. 08.30-12.30 sal: M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 26 augusti på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 8 sept kl. 12.00 - 13.30 , rum 3315 (Lunnerummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

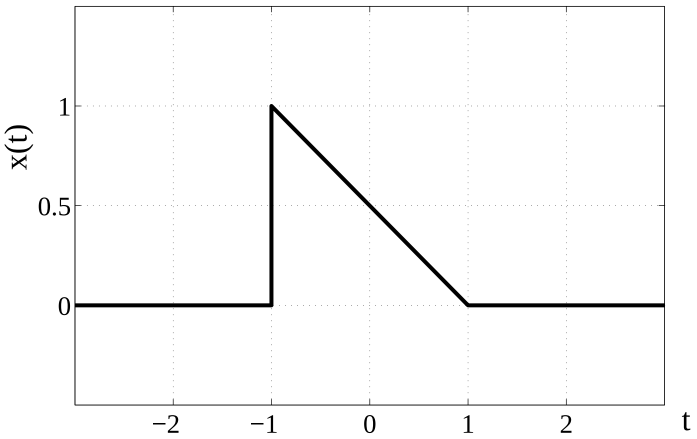
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Den kontinuerliga signalen $x(t)$ har formen av en sågtandspuls enligt figur 1.
   Gör en tydlig skiss över signalen $y(t) = x(0.5(t+1)) - x(2t-3)$. *(2p)*



Figur 1: Signalen $x(t)$

   b) Beräkna den fundamentala perioden hos den diskreta signalen

$$x[n] = \cos\left(\frac{9\pi n}{2}\right) + 3\sin\left(\frac{6\pi n}{5} + \frac{\pi}{7}\right)$$

(3p)

2. Den kontinuerligta signalen $x(t) = \sin(\omega_1 t)$ har Fouriertransformen $X(j\omega) = \frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_1) - \delta(\omega + \omega_1)]$. Signalen samplas med samplingsvinkelfrekvensen $\omega_s = \dfrac{8\ \omega_1}{3}$ r/s. (Antag ideal sampling; multiplikation med ett impulståg, $x_p(t) = x(t)p(t)$ där $p(t) = \Sigma_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t - kT)$ och $T = \dfrac{2\pi}{\omega_s}$)

   a) Skissa absolutbeloppet av den samplade signalens Fouriertransform, $|X_p(j\omega)|$. *(2p)*

   b) Enligt beskrivningen av ideal rekonstruktion filtreras signalen $x_p(t)$ i ett idealt lågpassfilter med förstärkningen T och brytvinkelfrekvensen $\omega_0 = \dfrac{\omega_s}{2}$ r/s. Vilken signal erhålls efter filtreringen? Motivera väl! *(3p)*

3. Två kontinuerliga LTI-system är kopplade i serie enligt figur 2. Beräkna systemets utsignal $y(t)$ då insignalen $x(t) = 6e^{-3t}u(t)$. Följande information beskriver de två delsystemen: System H_1 har en överföringsfunktion lika med $H_1(s) = \dfrac{4}{s+2}$. System H_2 har ett stegsvar som är $y_2 = (1 - e^{-5t})u(t)$ *(5p)*

Figur 2: Kontinuerliga system

4. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n] + \left(\frac{1}{2}\right)^{(n-2)} u[n-1]$$

   (a) Beräkna systemets överföringsfunktion $H(z)$ *(3p)*

   (b) Teckna systemets differensekvation där $y[n]$ är systemets utsignal och $x[n]$ dess insignal. *(2p)*

5. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

(a) Beräkna och gör en skiss av den Diskreta Fouriertransformen $X_a[k]$ till den komplexa signalen $x_a[n] = e^{j6\pi n/8}$, $n = 0, 1, 2, \ldots, 7$. *(2p)*

(b) Beräkna och gör en skiss av den Diskreta Fouriertransformen $X_b[k]$ till den komplexa signalen $x_b[n] = e^{-j4\pi n/8}$, $n = 0, 1, 2, \ldots, 7$. *(1p)*

(c) En kontinuerlig signal samplas med sampelintervallet $T = 10$ ms och $N = 256$ sampelvärden erhålls. Vilken frekvensupplösning har signalens DFT? Ange svaret i rad/s. *(2p)*