Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

27 oktober 2007 kl. 8.30-12.30 sal M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndagen den 29 okt. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Anslås måndagen den 12 nov. kl. 15.30 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning:	1: Onsdagen den 14 nov. kl. 12.00 - 13.00 , rum 5430. 2: Torsdagen den 15 nov. kl. 12.00 - 13.00 , rum 5430.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

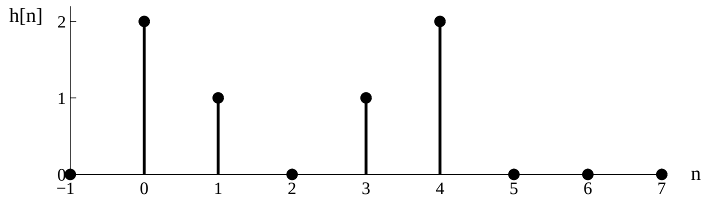
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. a) Ett diskret LTI-system har impulssvaret $h[n]$ enligt figur 1 där $h[n] = 0$ för $n < 0$ och $n > 4$. Beräkna systemets utsignal för insignalen $x[n] = u[n-3] - u[n-6]$. Gör även en skiss över utsignalen. *(4p)*



Figur 1: Impulssvar

b) Vilken funktion har ett anti-aliasingfilter (anti-vikningsfilter)? *(1p)*

2. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(14\pi t) + \sin(28\pi t) + \cos(70\pi t)$ samplas med samplingsintervallet $T_s = \frac{1}{112}$ s . Antal sampel $N = 32$. Nu erhålls den diskreta signalen $x[n] = x(nT_s), \ n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$. Därefter beräknas signalens DFT enligt sambandet ovan.

a) Hur många värden består $X[k]$ av? *(1p)*

b) Värdet $X[k]$ och $X[k-1]$ $(1 < k < N-1)$ representerear olika frekvenser. Vilken är skillnaden mellan dessa frekvenser i rad/s. *(1p)*

c) Hur många distinkta toppar kan man se då man plottar $|X[k]|$? *(1p)*

d) Ange de värden på index k där topparna i $|X[k]|$ infaller. *(2p)*

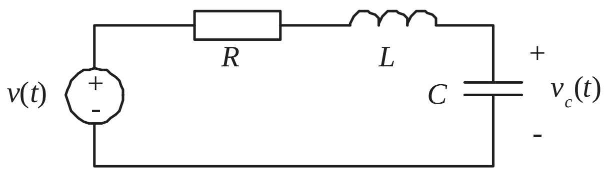
3. Betrakta den elektriska RLC-kretsen i figur 2. Där kan relationen mellan insignalen (spänningen $v(t)$) och utsignalen (spänningen $v_c(t)$ över kapacitansen C) beskrivas med differentialekvationen

$$LC\frac{d^2v_c(t)}{dt^2} + RC\frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v(t)$$

med numeriska värden $C = 10\ \mu$F, $L = 50$ mH och $R = 100\ \Omega$

a) Betrakta den elektriska kretsen som ett system och beräkna impulssvaret. *(3p)*

b) Du vill nu ändra värdet på resistansen R så att impulssvaret ej får några oscillatoriska inslag (sinusformade svängningar). För villka värden på R är detta villkor uppfyllt? *(2p)*



Figur 2: RLC-krets

4. Ett diskret LTI-system kan beskrivas med differensekvationen

$$y[n] = x[n-1] + 0.7y[n-1]\ .$$

Beräkna systemets utsignal då insignalen är *(5p)*

$$x[n] = (-0.8)^n u[n]\ .$$

5. Insignalen $x(t)$ till ett system $H(s)$ utgörs av en kontinuerlig och periodisk fyrkantssignal med periodtiden $T = 2\pi$ s enligt figur 3. Insignalen kan tecknas som en komplex Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t}$$

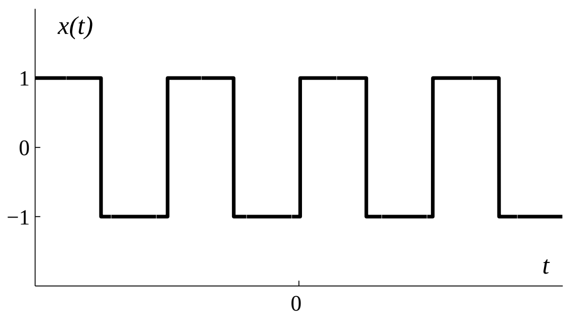
Systemet $H(s)$ har impulssvaret

$$h(t) = \frac{1}{\pi t} \sin(\omega_p \ t)$$

Enligt Parsevals formel kan medeleffekten E hos en periodisk och kontinuerlig signal tecknas som

$$E = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |c_k|^2$$

Bestäm de värden på parametern ω_p i impulssvaret som gör att medeleffekten i utsignalen till systemet blir större än 92% av medeleffekten i insignalen. *(5p)*



Figur 3: Fyrkantssignal

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

15 januari 2008 kl. 14.00-18.00 sal V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås onsdagen den 16 jan. på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Anslås tisdagen den 29 jan. kl. 15.30 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning:	1: Torsdagen den 31 jan. kl. 12.30 - 13.30 , rum 5430. 2: Fredagen den 1 feb. kl. 12.30 - 13.30 , rum 5430.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

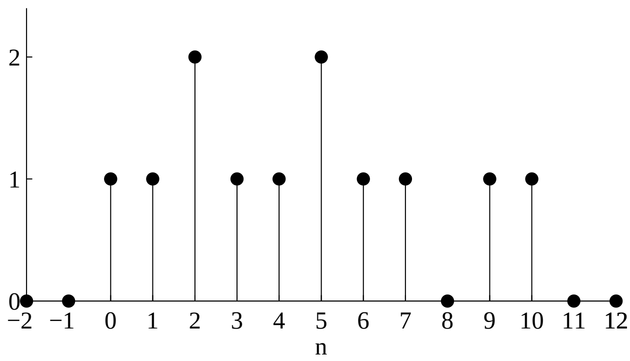
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. a) Två diskreta signaler $x_1[n] = \delta[n] + \delta[n-2] - \delta[n-3] + \delta[n-5]$ och $x_2[n] = u[n] - u[n-N]$ faltas med varandra. Resultatet visas i figur 1. Ange värdet på heltalet N. Motivera ditt svar! *(2p)*



Figur 1: Signalen $x_1[n] * x_2[n]$

b) Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \ , \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(9\pi t) + \cos(33\pi t)$ samplas med samplingsintervallet $T_s = \frac{1}{96}$ s . Antal sampel $N = 64$. Nu erhålls den diskreta signalen $x[n] = x(nT_s)$, $n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$. Därefter beräknas signalens DFT enligt sambandet ovan.

i) Hur många värden består $X[k]$ av? *(1p)*

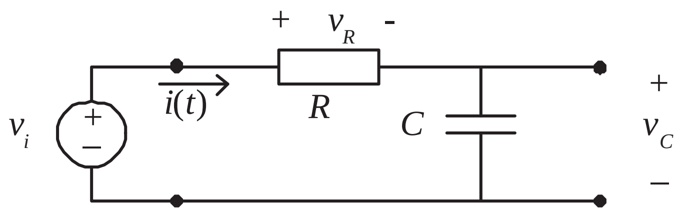
ii) Hur många distinkta toppar kan man se då man plottar $|X[k]|$? *(1p)*

iii) Ange de värden på index k där topparna i $|X[k]|$ infaller. *(1p)*

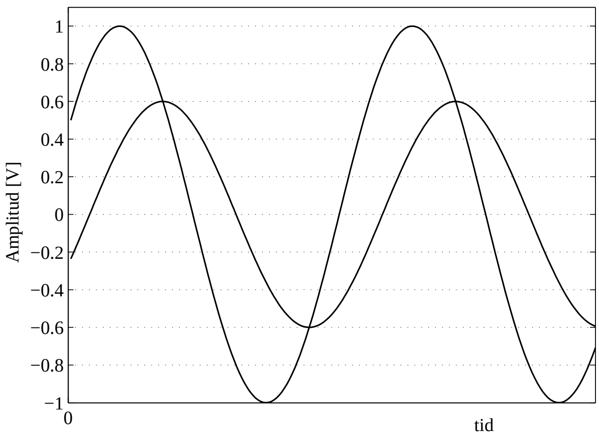
2. Genom ett experiment i mättekniklabbet önskar man bestämma kapacitansen C för en kondensator. En uppkoppling enligt figur 2 används där den sinusformade inspänningen $v_i(t)$ levereras av en signalgenerator. Med hjälp av ett oscilloskop studeras samtidigt inspänningen v_i och spänningen v_C över kondensatorn. Oscilloskopbilden visas i figur 3. (De två kanalerna har samma förstärkningsinställning samt samma tidssvep.) Beräkna kapacitansen C. Signalfrekvensen $f = 600$ Hz och resistansen $R = 100\ \Omega$. Följande kretsekvationer kan användas:

$$v_i(t) = v_R(t) + v_C(t)$$
$$v_R(t) = i(t)R$$
$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

(5p)



Figur 2: RC-krets



Figur 3: Oscilloskop bild

3. Insignalen $x[n]$ till ett diskret LTI-system kan tecknas

$$x[n] = (-0.6)^n u[n] \ .$$

Systemet beskrivs med nedanstående differensekvation

$$y[n] = 0.2y[n-1] + 1.6x[n-1] \ .$$

Beräkna systemets utsignal $y[n]$. *(5p)*

4. Ett kontinuerligt LTI-system har överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{25}{s^2 + 10s + 125} \ .$$

Beräkna systemets utsignal då insignalen är ett steg $x(t) = u(t)$. *(5p)*

5. En del av de signaler vi studerar antas existera för alla tider, t. Antag att vi nu har en signal $x(t)$ som vi endast kan observera under en begränsad tid T, säg mellan tidpunkterna $-T/2$ och $T/2$. Den signal vi då har tillgång till kan ses som den ursprungliga signalen $x(t)$ multiplicerad med observationsfönstret $w(t)$ där

$$w(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

Beräkna Fouriertransformen för den observerade signalen $w(t)x(t)$ om $x(t) = \cos(\omega_0 t)$. Gör även en skiss över den observerade signalens Fouriertransform. Antag att $\frac{2\pi}{\omega_0} \ll T$. *(5p)*

Tentamen ssy080
Transformer, Signaler och System, D3

Examinator: Ants R. Silberberg

27 augusti 2008 kl. 08.30-12.30 sal M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdagen den 28 augusti på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Anslås onsdagen den 10 sept kl. 15.30 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning:	Fredagen den 12 sept kl. 13.15 - 15.00 , rum 5430.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Fyra sidor med egna anteckningar

Betygsgränser

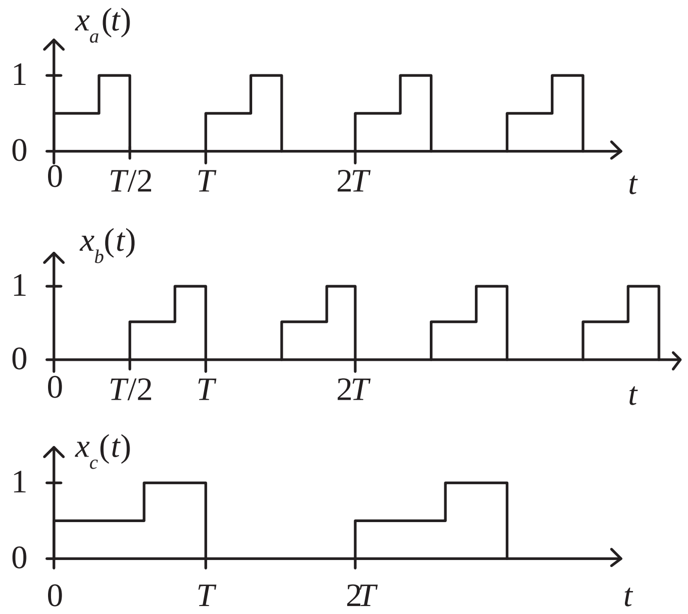
Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ kan beskrivas med en Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_o t} \ .$$

Några representativa delar av tre kontinuerliga och periodiska signaler $x_a(t)$, $x_b(t)$ och $x_c(t)$ visas i figur 1 där $T = 1.0$ ms.



Figur 1: Tre periodiska signaler

a) Vilken grundvinkelfrekvens ω_o har signal $x_a(t)$? *(1p)*

b) Fourierseriekoefficienterna till signalen $x_a(t)$ tecknas c_{ak}. Beräkna/uppskatta c_{ak} för $k = 0$. Låt figur 1 definiera signalen. *(1p)*

c) Antag att alla Fourierseriekoefficienter c_{ak} till signalen $x_a(t)$ är kända. Ange värdena på Fourierseriekoefficienterna c_{bk} till signalen $x_b(t)$. *(1p)*

d) Ange värdena på Fourierseriekoefficienterna c_{ck} till signalen $x_c(t)$. *(2p)*

2. a) Är den kontinuerliga signalen $x_1(t)$ periodisk?
Ange i så fall signalens periodtid. *(1p)*

$$x_1(t) = u(t) - \frac{1}{2}, \quad \forall t$$

b) Är den diskreta signalen $x_2[n]$ periodisk?
Ange i så fall signalens period. *(2p)*

$$x_2[n] = 4\cos(\pi n - 2), \quad \forall n$$

c) Ett diskret system definieras av differensekvationen $y[n] = x[2n]$.
Är systemet linjärt? Motivera! *(2p)*

3. Två kontinuerliga LTI-system kaskadkopplas enligt figur 2. System H_1 har impulssvar $h_1(t)$ och system H_2 har impulssvar $h_2(t)$ där

$$h_1(t) = 10e^{-3t}u(t) \qquad h_2(t) = \delta(t) + 5e^{-t}u(t)$$

Beräkna utsignalen $y(t)$ då insignalen $x(t) = \delta(t)$.

Figur 2: Två kontinuerliga system

(5p)

4. Ett diskret LTI-system har impulssvaret $h[n] = a^n u[n]$ med $0 < a < 1$.
Beräkna utsignalen $y[n]$ till systemet för insignalen $x[n]$ där

$$x[n] = \begin{cases} 1, & 0 \le n \le N-1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

(5p)

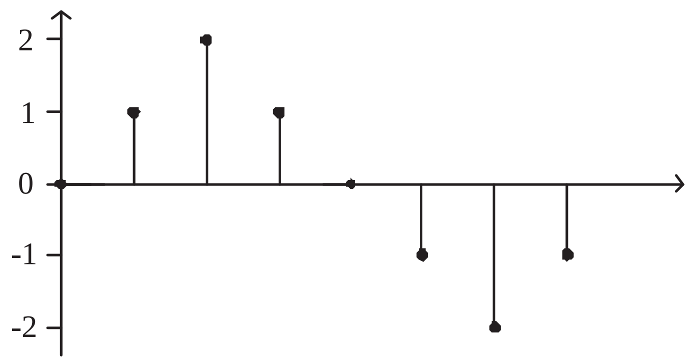
5. Diskret Fouriertransform (DFT) $X[k]$ av signalen $x[n]$ beräknas som

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

Utifrån signalens DFT kan signalen återskapas enligt

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad n = 0, 1, 2, \cdots, N-1$$

I figur 3 visas en samplad signal. Den består av 8 värden. (Signalvärdena är [0, 1, 2, 1, 0, -1, -2, -1]). Bestäm med hjälp av DFT den spektralkomponent som svarar mot frekvensen 50 Hz. Samplingshastigheten är 200 Hz. *(5p)*



Figur 3: Samplad signal