Tentamen SSY041
Sensorer, Signaler och System, del A, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

16 Dec 2010 kl. 08.30-12.30, sal: Hörsalsvägen

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås måndag 20 december på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Se kurshemsida
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Två A4-sidor med egna anteckningar

Betygsgränser (ej slutbetyg)

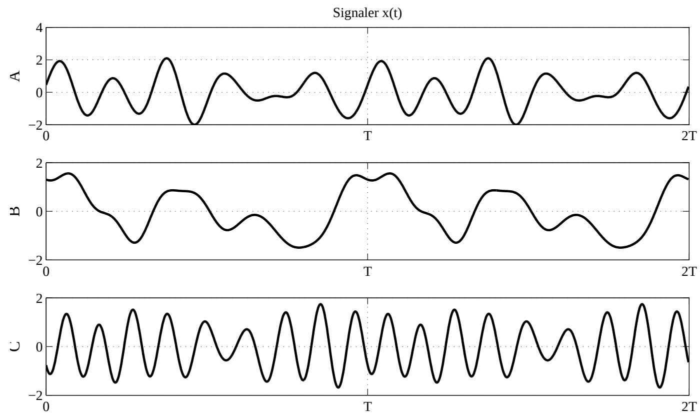
Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

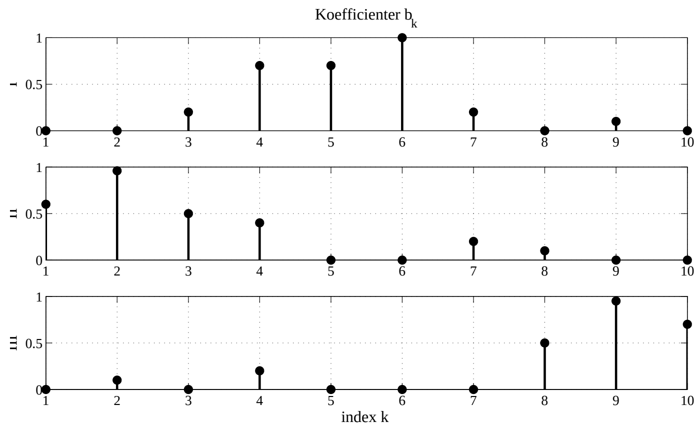
1. a) En kontinuerlig signal $x(t)$ byggs upp som summan av sinusformade signaler enligt

$$x(t) = \sum_{k=1}^{10} b_k \sin(\omega_o kt + \phi_k) \ , \quad \omega_o = \frac{2\pi}{T}.$$

Tre varianter av signalen $x(t)$ visas i figur 1. Tidsaxlarna har lika gradering. De reella koefficienterna b_k som hör till respektive signal visas i figur 2 men i blandad ordning. ϕ_k är en okänd fas. Para ihop signal (A,B,C) med rätt uppsättning koefficienter (I,II,III). Motivera! *(2p)*



Figur 1: Tre olika signaler, $x(t)$.



Figur 2: Tre uppsättningar av koefficienterna b_k.

b) Ett diskret system med insignalen $x[n]$ och utsignalen $y[n]$ beskrivs med ekvationen $y[n] = x[-n]$. Är systemet tidsinvariant? Svaret måste motiveras. *(3p)*

2. Impulssvaret till ett kontinuerligt LTI-system ges av

$$h(t) = 4e^{-2t}u(t)$$

och insignalen till systemet är

$$x(t) = \cos(2t) + \sin^2(2t) \ .$$

Beräkna

(a) systemets frekvenssvar. *(1p)*

(b) utsignalen $y(t)$ i stationärtillstånd. *(2p)*

(c) medeleffekten hos $y(t)$ i stationärtillstånd. *(2p)*

3. Ett diskret LTI-system har impulssvaret

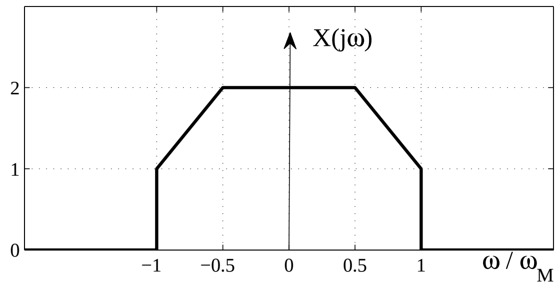
$$h[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

och insignalen

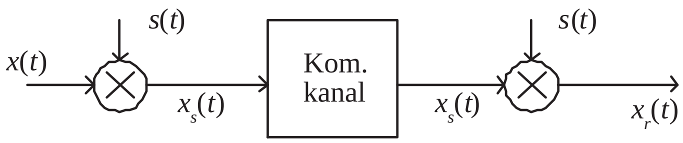
$$x[n] = u[n] + \frac{1}{2}u[n-1]$$

Signalen $y[n]$ är systemets utsignal. Beräkna $y[4] + y[3]$. *(5p)*

4. För att överföra den informationsbärande signalen $x(t)$ över en viss kommunikationskanal (radiovågor, fiberoptik, ...) måste signalens frekvens anpassas till kommunikationskanalen. En variant är att på sändarsidan multiplicera $x(t)$ med en så kallad bärvåg $s(t) = \cos(\omega_c t)$. Antag att signalen $x(t)$ har en Fouriertransform $X(j\omega)$ enligt figur 3. Gör en tydlig skiss över Fouriertransformen till signalen $x_s(t) = x(t)s(t)$. När man vill få tillbaka den ursprungliga signalen kan man på mottagarsidan multiplicera den mottagna signalen med samma bärvåg. Antag att kommunikationskanalen överför signalen utan att den förändras, se figur 4. Gör nu en tydlig skiss över Fouriertransformen till den mottagna signalen $x_r(t) = x_s(t)s(t)$. Ange hur $x(t)$ kan erhållas ur $x_r(t)$. Antag att $\omega_c \gg \omega_M$.



Figur 3: Fouriertransform av signalen $x(t)$



Figur 4: Sändarsida, kommunikationskanal och mottagarsida.

5. En kontinuerlig signal $x(t) = \sin(\frac{3\pi}{10}t) + \cos(\frac{6\pi}{10}t)$ samplas med ett impulståg $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - 2k)$ och bildar en ny signal enlig $y(t) = p(t)x(t)$. Därefter filtreras signalen $y(t)$ genom ett filter med frekvenssvaret

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \frac{9\pi}{20} \\ 0, & \text{för övrigt.} \end{cases}$$

Filtrets utsignal betecknas med $\hat{y}(t)$. Beräkna utsignalen $\hat{y}(t)$ och beskriv tydligt hur du kommer fram till ditt resultat. *(5p)*

Tentamen SSY041 (SSY071)
Sensorer, Signaler och System, del A, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

27 April 2011 kl. 14.00-18.00, sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 28 april på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 12 maj kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315 (Lunnerummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Två A4-sidor med egna anteckningar

Betygsgränser (ej slutbetyg)

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(t + \frac{\pi}{4})$ samplas var tredje sekund och den diskreta signalen $x[n]$ erhålls. Ange två andra kontinuerliga signaler $x_1(t)$ och $x_2(t)$ som ger samma diskreta signalvärden $x[n]$ om de samplas med samma hastighet. Beräkna minst tre sampelvärden från varje signal för att verifiera att samma värden erhålls. *(3p)*

   b) Den kontinuerliga signalen $x(t) = \cos(\omega_0 t) + \cos(3\omega_0 t)$ samplas genom att signalen multipliceras med impulståget $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$ där $T_s = 0.4\pi(\omega_0)^{-1}$. Gör en skiss över Fouriertransformen till signalen $x_p(t) = x(t)p(t)$ som tydligt visar på dess utseende. Motivera varför din skiss ser ut som den gör. *(2p)*

2. Ett diskret LTI-system med insignal $x[n]$ och utsignal $y[n]$ beskrivs med differensekvationen

$$y[n] = \frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3} x[n-k].$$

Beräkna utsignalen för insignalen *(5p)*

$$x[n] = \left(1 + \sqrt{2}\cos(\frac{n\pi}{4})\right)(u[n] - u[n-4]).$$

3. Ett kontinuerligt LTI-system beskrivs med differentialekvationen

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 10x(t).$$

Beräkna systemets utsignal $y(t)$ i stationärtillstånd (alla eventuella insvängningsförlopp vid uppstart har klingat ut) för insignalen *(5p)*

$$x(t) = \sqrt{\frac{10}{25}}\cos(2t + \frac{\pi}{3}).$$

4. En kontinuerlig och periodisk signal $x(t)$ med periodtiden T visas i figur 1. Signalen har en Fourierserie enligt

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}$$

där Fourierseriekoefficienten c_k beräknas som

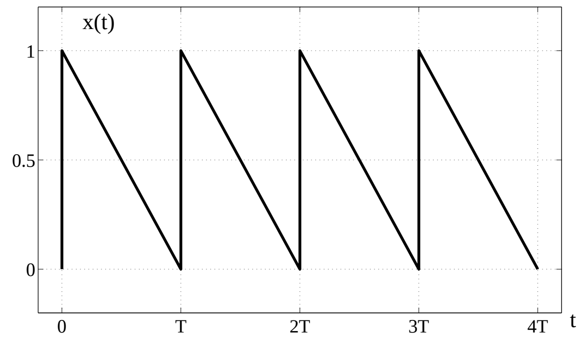
$$c_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt.$$

Antag att c_k är känd (du kan ange svaren uttryckt i c_k).

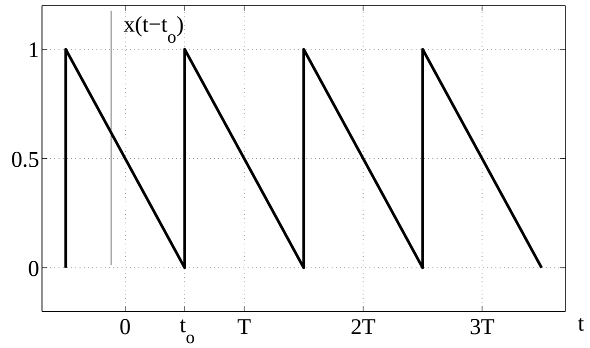
(a) Beräkna Fourierseriekoefficienten för signalen $x(2t)$. *(1p)*

(b) Beräkna Fourierseriekoefficienten för den tidsskiftade signalen $x(t - t_o)$ som visas i figur 2. *(2p)*

(c) Låt $x(t)$ utgöra insignal till ett kausalt LTI-system med frekvenssvaret $H(j\omega)$. Visa hur man beräknar medeleffekten hos systemets utsignal $y(t)$ i stationärtillstånd. *(2p)*



Figur 1: Signalen $x(t)$.



Figur 2: Signalen $x(t-t_o)$.

5. Den kontinuerliga signalen $y(t)$ är tidsderivatan av signalen $x(t)$. Beräkna Fouriertransformen av $y(t)$ då

$$y(t) = \frac{d}{dt}\{x(t)\} = \frac{d}{dt}\left\{e^{-2t}u(t-3)\right\}$$

Gör beräkningen på två olika sätt och visa att du får samma resultat.

(a) Derivera först och Fouriertransformera $y(t)$ därefter.

(b) Fouriertransformera först $x(t)$. Använd sedan egenskapen vid derivering.

(5p)

Tentamen SSY041 (SSY071)
Sensorer, Signaler och System, del A, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

22 augusti 2011 kl. 14.00-18.00, sal: V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås tissdag 23 augusti på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Torsdag 8 september kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315 (Lunnerummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Två A4-sidor med egna anteckningar

Betygsgränser (ej slutbetyg)

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Låt $x(t) = u(t-1) - u(t-2)$.
   Gör en skiss över signalen $y(t) = -2x(3-2t)$. *(2p)*

   b) Betrakta den kontinuerliga och periodiska signalen

$$x(t) = 3 + \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) + 4\sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right).$$

   (i) Bestäm signalens fundamentala vinkrlfrekvens ω_0.

   (ii) Bestäm signalens Fourierseriekoefficienter c_k i den komplexa Fourierserien *(3p)*

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_0 t}.$$

2. Den totala energin i energisignalen $x(t) = e^{-t}u(t)$ kan beräknas med hjälp av Parsevals formel enligt

$$E_t = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |X[j\omega)|^2 d\omega$$

   (a) Beräkna signalens totala energi. *(2p)*

   (b) Hur stor del av signalens totala energi ligger inom vinkelfrekvensbandet $-1 \leq \omega \leq 1$ rad/s ? *(3p)*

3. Ett kontinuerligt system realiseras som en elektrisk krets som innehåller en resistans R och en induktans L. Relationen mellan insignalen $v_i(t)$ och utsignalen $v_0(t)$ beskrivs med differentialekvationen

$$\frac{R}{L}v_0(t) + \frac{d}{dt}v_0(t) = \frac{d}{dt}v_i(t).$$

   a) Låt insignalen $v_i(t)$ vara sinusformad. Beräkna kvoten $\frac{R}{L}$ så att amplitudskillnaden mellan utsignal och insignal blir $\frac{1}{2}$ vid vinkelfrekvensen $\omega = 1000$ r/s. *(4p)*

   b) Vad blir motsvarande amplitudskillnad då vinkelfrekvensen $\omega \to \infty$? *(1p)*

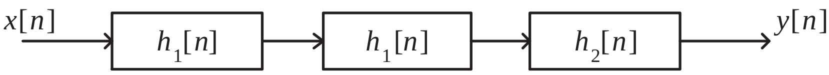
4. Betrakta de tre kaskadkopplade systemen i figur 1. Två av delsystemen är lika och har impulssvar

$$h_1[n] = u[n] - u[n-2].$$

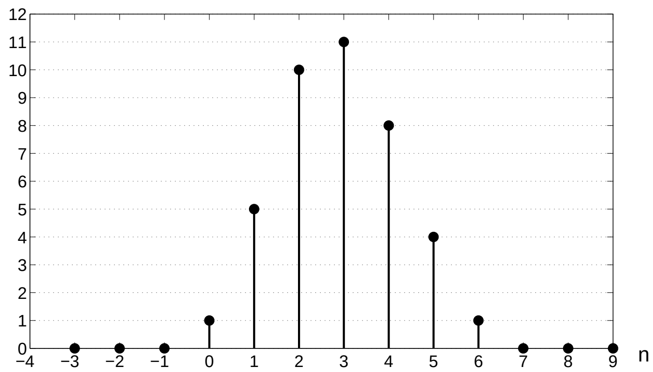
Systemets hela impulssvar är ($n = 0$ värdet understruket)

$$h[n] = \{\cdots, 0, 0, 0, \underline{1}, 5, 10, 11, 8, 4, 1, 0, 0, 0, \cdots\}$$

och visas grafiskt i figur 2. Beräkna impulsvaret $h_2[n]$ till det sista av de tre delsystemen. *(5p)*



Figur 1: Tre seriekopplade LTI-system.



Figur 2: Hela systemets impulssvar, $h[n]$.

5. En kontinuerlig signal $y_1(t)$ skapas genom faltning mellan två signaler och signalen $y_2(t)$ genom multiplikation av samma signaler. Alltså är
   $y_1(t) = x_1(t) * x_2(t) \quad \text{och} \quad y_2(t) = x_1(t)x_2(t)$.
   Signalerna $x_1(t)$ och $x_2(t)$ är bandbegränsade vilket belyses med följande information om signalernas Fouriertransformer;
   $X_1(j\omega) = 0$ för $|\omega| > 500\pi$ och $X_2(j\omega) = 0$ för $|\omega| > 1500\pi$

   Signalerna $y_1(t)$ och $y_2(t)$ samplas genom att de multipliceras med ett impulståg och följande två signaler erhålls, $(m = 1, 2)$.

   $$y_{pm}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_m(nT)\delta(t - nT)$$

   Bestäm de värden på samplingsintervallet T som gör det möjligt att återskapa $y_1(t)$ från $y_{p1}(t)$ samt de värden på samplingsintervallet som gör det möjligt att återskapa $y_2(t)$ från $y_{p2}(t)$. *(5p)*