Tentamen SSY040/041
Sensorer, Signaler och System, del A, Z2

Examinator: Ants R. Silberberg

23 aug 2010 kl. 14.00-18.00, sal M

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås tisdag 24 augusti på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok
Granskning:	Onsdag 8 sept kl. 12.00 - 13.30 , rum 3315 (Lunnerummet) på plan 3, korridor parallell med Hörsalsvägen.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

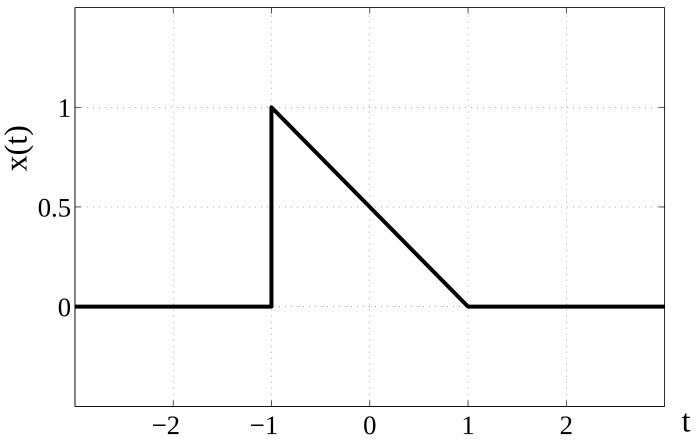
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Två A4-sidor med egna anteckningar

Betygsgränser (ej slutbetyg)

Poäng	0-10	11-15	16-20	21-25
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

1. a) Den kontinuerliga signalen $x(t)$ har formen av en sågtandspuls enligt figur 1.
Gör en tydlig skiss över signalen $y(t) = x(0.5(t+1)) - x(2t-3)$.
(2p)



Figur 1: Signalen $x(t)$

b) Beräkna den fundamentala perioden hos den diskreta signalen

$$x[n] = \cos\left(\frac{9\pi n}{2}\right) + 3\sin\left(\frac{6\pi n}{5} + \frac{\pi}{7}\right)$$

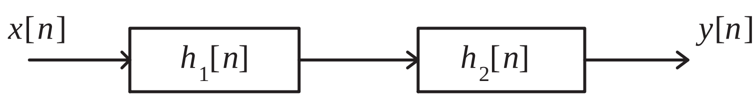
(3p)

2. Två diskreta LTI-system är sammankopplade enligt figur 2. Impulssvaren till de två systemen ges av ($n \in \mathcal{Z}$)

$$h_1[n] = \delta[n] + u[n-2] - u[n-3]$$

$$h_2[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, 3 \\ -1, & n = 1, 4 \\ 0, & \text{för övriga } n \end{cases}$$

Beräkna utsignalen $y[n]$ för insignalen $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1]$. *(5p)*



Figur 2: Två diskreta LTI-system

3. Den kontinuerligta signalen $x(t) = \sin(\omega_1 t)$ har Fouriertransformen $X(j\omega) = \frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_1) - \delta(\omega + \omega_1)]$. Signalen samplas med samplingsvinkelfrekvensen $\omega_s = \dfrac{8\ \omega_1}{3}$ r/s. (Antag ideal sampling; multiplikation med ett impulståg, $x_p(t) = x(t)p(t)$ där $p(t) = \Sigma_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t - kT)$ och $T = \dfrac{2\pi}{\omega_s}$)

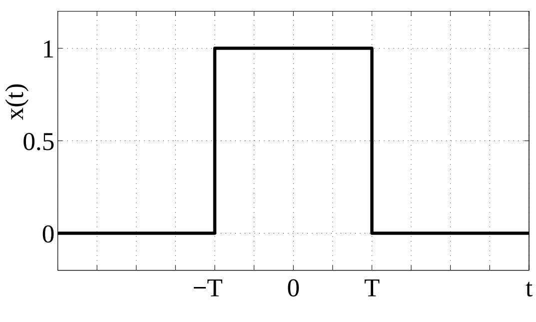
   a) Skissa absolutbeloppet av den samplade signalens Fouriertransform, $|X_p(j\omega)|$. *(2p)*

   b) Enligt beskrivningen av ideal rekonstruktion filtreras signalen $x_p(t)$ i ett idealt lågpassfilter med förstärkningen T och brytvinkelfrekvensen $\omega_0 = \dfrac{\omega_s}{2}$ r/s. Vilken signal erhålls efter filtreringen? Motivera väl! *(3p)*

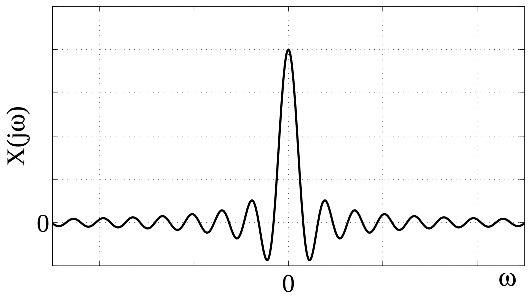
4. En rektangulär puls $x(t)$ enligt figur 3 har en Fouriertransform $X(j\omega)$ enligt figur 4.

   (a) Ange maxvärdet hos $X(j\omega)$ och de positiva värden på ω som ger $X(j\omega) = 0$. *(2p)*

   (b) Genom multiplikation skapas en ny signal, $x_1(t) = x(t)\cos(\omega_0 t)$. Signalen $x_1(t)$ har Fouriertransformen $X_1(j\omega)$. Gör en skiss över $X_1(j\omega)$ och ange dess ungefärliga maxvärde. Antag $\dfrac{2\pi}{T} \ll \omega_0$. *(3p)*



Figur 3: Rektangulär puls.



Figur 4: $X(j\omega) = \mathcal{FT}\{x(t)\}$

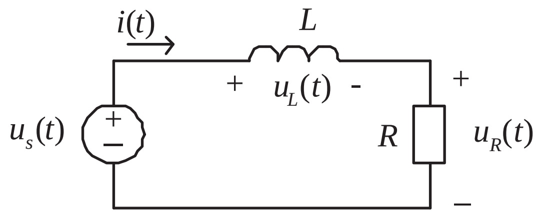
5. Ett LTI-system realiseras med en elektrisk krets enligt figur 5. Spänningskällan $u_s(t)$ utgör insignal och spänningen över induktansen $u_L(t)$ är vår utsignal. (Notera: u är här spänning, EJ enhetssteget!)

   (a) Beräkna systemets frekvenssvar. *(2p)*

   (b) Spänningskällan levererar en periodisk spänning $u_s(t)$ enligt

   $$u_s(t) = \sum_{k=1}^{3} \frac{4\pi}{k} \sin(\frac{2\pi k}{T} t) \qquad \text{V}$$

   Periodtiden är T s. Beräkna spänningen $u_L(t)$ över induktansen (i stationärtillstånd). Antag R och L kända. *(3p)*



Figur 5: RL-krets.

Några kretsekvationer:

$$-u_s(t) + u_L(t) + u_R(t) = 0 \qquad \text{KVL}$$

$$u_R(t) = i(t)R \qquad \text{Ohms lag}$$

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} \qquad \text{Induktans}$$