Reglerteknik Z/E/TM

Kurskod: SSY051

Tentamen 2021-10-26

Tid: 14:00-18:00 Lokal: Johanneberg

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 0730-794226

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Granskning av rättning sker den 11 och 12 november kl 12:30-13:00 via Zoom.

Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- De fyra formelblad som ingår i tentamenstesen får också tas med på tentamen och då inkluderande egna handskrivna anteckningar på fram och baksida på de fyra formelbladen, dvs sammanlagt åtta A4-sidor. Datorutskrifter förutom de ingående formlerna och figurerna på de fyra formelbladen är ej tillåtna.

Institutionen för elektroteknik
Avdelningen för system- och reglerteknik
Chalmers tekniska högskola

1

En instabil process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

ska regleras med en P-regulator $F(s) = K_p$.

a) För vilka värden på förstärkningen K_p är det återkopplade systemet stabilt. Ange speciellt förstärkningen K_p för de båda fallen då amplitudmarginalen $A_m = 1/2$ och $A_m = 1/3$. (2 p)

b) Återkopplingen stabiliserar den instabila processen, men ytterligare processdynamik kan äventyra stabiliteten. Detta gäller speciellt då fördröjningar uppträder i återkopplingsloopen. En fördröjning e^{-sT_d} kan approximeras med en Padé-approximation, vilket innebär att processen då approximativt kan beskrivas av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1 - sT_d/2}{(s-1)(1 + sT_d/2)}$$

För vilka värden på T_d blir det återkopplade systemet fortfarande stabilt. Utgå från de båda P-regulatorerna som dimensionerades i uppgift a). (2 p)

c) Ange utifrån de erhållna resultaten en allmän slutsats angående dimensionering av P-regulatorer för första ordningens instabila processer som dessutom utsätts för tidsfördröjningar av varierande storleksordning. (1 p)

2

En process med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.5s)^2}$$

ska regleras med en PID-regulator

$$F_{PID}(s) = K_i \frac{1 + 2\zeta s\tau + (s\tau)^2}{s(1 + s\tau/\beta)}$$

Två varianter ska undersökas.

a) Välj nollställena i regulatorn så att den snabbare dubbelpolen fortkortas bort. Välj sedan de återstående PID-parametrarna så att $\beta = 5$ och som alternativ $\beta = 10$, samt K_i i båda fallen så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$. (3 p)

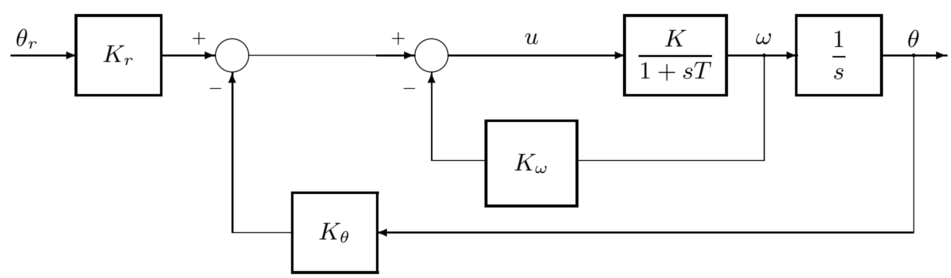
b) Studera för de två erhållna regulatorerna ($\beta = 5$ och $\beta = 10$) vad överkorsningsfrekvensen ω_c blir samt regulatorns högfrekvensförstärkning $F_{PID}(\infty)$. (1 p)

Deluppgift c) följer på nästa sida.

c) Kommentera skillnaderna i förmågan att kompensera lågfrekventa laststörningar och känsligheten för högfrekventa mätstörningar i styrsignalen samt det återkopplade systemets snabbhet i form av stigtiden t_r ($\omega_c t_r \approx 1$). (1 p)

3

Betrakta följande servosystem med en likströmsmotor



Både vinkeln θ och vinkelhastigheten $\omega = \dot{\theta}$ återkopplas enligt blockschemat. Antag att $K = 3$ och $T = 0.5$.

a) Bestäm överföringsfunktionen från referenssignalen θ_r till utsignalen θ. (1 p)

b) Välj återkopplingsförstärkningarna K_θ och K_ω så att slutna systemets poler hamnar i en dubbelpol $s = -\alpha$ (dämpningen $\zeta = 1$), samt bestäm förstärkningen K_r så att den statiska förstärkningen från referenssignalen θ_r till utsignalen θ blir lika med ett. (2 p)

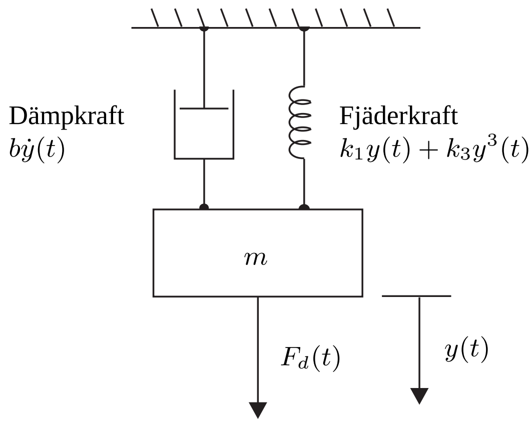
c) Bestäm överföringsfunktionen från θ_r till u och styrsignalens begynnelsevärde $u(0)$ för $\alpha = 1$ och 5, då referenssignalen θ_r är ett enhetssteg. Vilken motsättning råder mellan önskad snabbhet och styrsignalaktivitet, då dämpningen är konstant ($\zeta = 1$)? (2 p)

d) Då vinkelhastigheten ej mäts kan ett specialfall av en PD-regulator, den s.k. ideala PD-regulatorn, ge i stort sett samma återkopplade system. Ange denna regulator och diskutera uppträdandet hos denna PD-regulator jämfört med ovanstående återkopplade system och den vanliga PD-regulatorn

$$F_{PD}(s) = K_p(1 + \frac{T_d s}{1 + T_f s})$$

(1 p)

4



En massa med vikten m och positionen $y(t)$ drivs enligt figuren av en drivande kraft $F_d(t)$. Via den progressiva fjädern utsätts massan också för den olinjära fjäderkraften $k_1 y(t) + k_3 y^3(t)$ och dämpkraften $b\dot{y}(t)$.

Den drivande kraften $F_d(t)$ genereras via en hydraulisk motor med överföringsfunktionen

$$F_d(s) = \frac{K_m}{1+s} U(s)$$

Motorns uppgift är att positionera massan m vid positionen $y = y_0$.

a) Formulera en olinjär tillståndsmodell som beskriver fjäder-massasystemets rörelse inklusive den hydrauliska motorn med $u(t)$ som insignal och massans position $y(t)$ som utsignal. (3 p)

b) Bestäm en linjär tillståndsmodell som beskriver avvikelser kring den önskade positionen $y = y_0$. (2 p)

5

En första ordningens process

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

ska regleras med en tidsdiskret P-regulator med förstärkningen K_p.

a) Diskretisera processen för ett godtyckligt samplingsintervall och bestäm $K_p > 0$ så att amplitudmarginalen blir $A_m = 3$. Var hamnar den tidsdiskreta polen? (2 p)

b) Ange speciellt värdet på K_p, den tidsdiskreta polen samt motsvarande tidskontinuerliga pol då samplingsintervallet $h = 0.2$, 0.1 och 0.05. Kommentera snabbheten (prestanda) med avseende på samplingsintervallets längd vid likvärdiga stabilitetsmargineler, i detta fallet samma amplitudmarginal A_m. (2 p)

Lösning till tenta i Reglerteknik 211026

BL

1. a) $L(s) = \frac{K_p}{s-1}$ $G_{ry}(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{\frac{K_p}{s-1}}{1+\frac{K_p}{s-1}} = \frac{K_p}{s+K_p-1}$

Återkopplat system stabilt då $K_p > 1$

$A_m = 1/2 \Rightarrow K_p = 2$ $A_m = 1/3 \Rightarrow K_p = 3$

b) $L(s) = \frac{K_p(1-sT_d/2)}{(s-1)(1+sT_d/2)} = \frac{2K_p - K_pT_d s}{T_d s^2 + 2s - T_d s - 2} \triangleq \frac{B(s)}{A(s)}$

$$G_{ry}(s) = \frac{B(s)}{A(s)+B(s)} = \frac{2K_p - K_pT_d s}{T_d s^2 + (2 - T_d - K_pT_d)s + 2K_p - 2}$$

Routh Hurwitz

s^2	T_d	$2(K_p-1)$	Stabilt då
s^1	$\frac{2-T_d(K_p+1)}{T_d}$	0	$T_d(1+K_p) < 2$
s^0	$2(K_p-1)$		$T_d < \frac{2}{1+K_p}$

$A_m = 1/2 \Rightarrow T_d < \frac{2}{3}$ $A_m = 1/3 \Rightarrow T_d < \frac{1}{2}$

c) K_p måste vara tillräckligt hög för att stabilisera den instabila polen, men en högre förstärkning $K_p = 3$ gör processen mer känslig för tidsfördröjningen (krav $T_d < 0{,}5$) jämfört med den lägre förstärkningen $K_p = 2$ (krav $T_d < 0.67$).

2. a) $L(s) = G(s) F_{PID}(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.5s)^2} \frac{K_i(1+s\tau)^2}{s(1+s\tau/\beta)}$

$\tau = 0.5 \Rightarrow L(s) = \frac{K_i}{s(1+s)(1+0.5s/\beta)}$

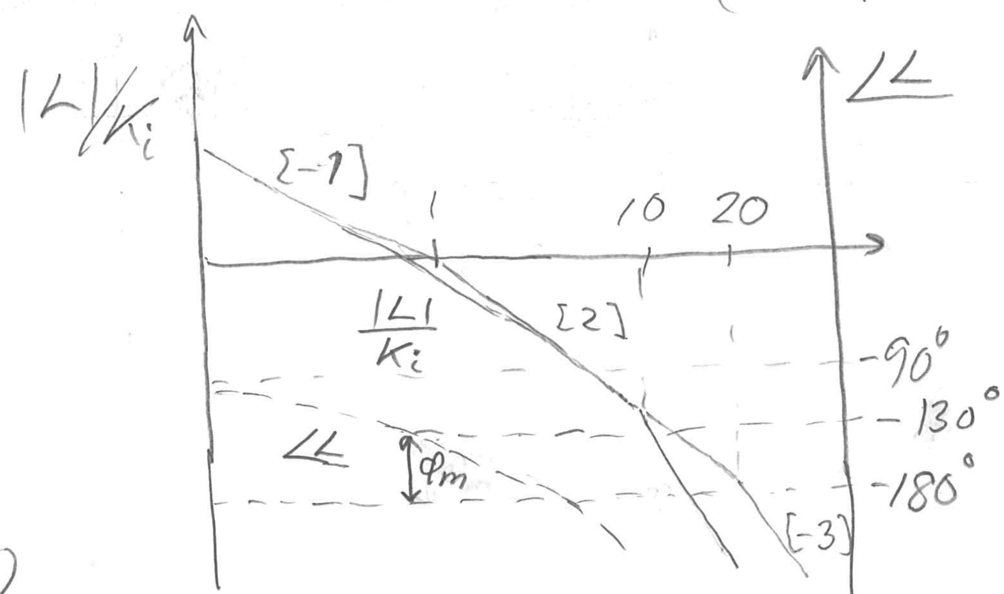
$L(j\omega_c) = \frac{K_i}{j\omega_c(1+j\omega_c)(1+j\omega_c/2\beta)}$

$\angle L(j\omega_c) = -90° - \arctan \omega_c - \arctan \frac{\omega_c}{2\beta} =$

$= -180° + \varphi_m = -180° + 50° = -130°$

$\arctan \omega_c + \arctan \frac{\omega_c}{2\beta} = 130° - 90° = 40°$

$|L(j\omega_c)| = \frac{K_i}{\omega_c \sqrt{1+\omega_c^2} \sqrt{1+(\omega_c/2\beta)^2}} = 1$



b)

β	2β	ω_c	K_i	$K_\infty = K_i \tau \beta$	$t_r \approx 1/\omega_c$
5	10	0.723	0.894	2.24	1.38
10	20	0.775	0.981	4.90	1.29

c) $\beta = 10$ ger 10% bättre kompensering av laststörningar (10% högre K_i) och 7% snabbare stigtid till priset av en mer än fördubblad känslighet för mätstörningar (K_∞)

3. a) $U(s) = K_r\,\Theta_r(s) - K_\omega s\,\Theta(s) - K_\Theta\,\Theta(s)$

$$G(s) = \frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(1+sT)} \qquad K=3 \quad T=0.5$$

$$(0.5s^2+s)\,\Theta(s) = 3U(s) = 3K_r\,\Theta_r(s) - 3(K_\omega s + K_\Theta)\Theta(s)$$

$$\left(0.5s^2+(1+3K_\omega)s+3K_\Theta\right)\Theta(s) = 3K_r\,\Theta_r(s)$$

$$G_{\Theta_r\Theta}(s) = \frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{6K_r}{s^2+2(1+3K_\omega)+6K_\Theta}$$

b) $$G_{\Theta_r\Theta}(s) = \frac{6K_r}{(s+\alpha)^2} = \frac{6K_r}{s^2+2\alpha s+\alpha^2}$$

$$1+3K_\omega = \alpha \Rightarrow K_\omega = \frac{\alpha-1}{3}$$

$$6K_\Theta = \alpha^2 \Rightarrow K_\Theta = \alpha^2/6$$

$$G_{\Theta_r\Theta}(0) = \frac{6K_r}{\alpha^2} = 1 \Rightarrow K_r = K_\Theta = \alpha^2/6$$

c) $$G_{\Theta_r u}(s) = \frac{U(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{\Theta(s)}{\Theta_r(s)}\,\frac{U(s)}{\Theta(s)} = \frac{G_{\Theta_r\Theta}(s)}{G(s)} =$$

$$= \frac{\alpha^2}{(s+\alpha)^2}\,\frac{s(1+0.5s)}{3} \qquad \Theta_r(s) = \frac{1}{s}$$

$$u(0) = \lim_{s\to\infty} s\,U(s) = \lim_{s\to\infty} s\,G_{\Theta_r u}(s)\frac{1}{s} = G_{\Theta_r u}(\infty)$$

$$= \frac{\alpha^2\,0.5s^2}{3s^2} = \frac{0.5\alpha^2}{3} = \begin{cases} 0.17 & \alpha=1 \\ 4.17 & \alpha=5 \end{cases}$$

styrsignalen växer kvadratiskt (α^2) då snabbheten växer linjärt (α)

d) $U(s) = (K_p + K_d s)(\Theta_r(s) - \Theta(s))$ där $K_d = K_p T_d$

Skillnaden är att även referens-signalen deriveras vid PD-reglering. Den vanliga PD-regulatorn innehåller också ett lågpassfilter vilket för-bättrar högfrekvensrobustheten.

4. a) $\dot{y} = v$

$$\dot{v} = \frac{1}{m}(F_d - k_1 y - k_3 y^3 - b v)$$

$$F_d + \dot{F}_d = K_m U(s) \qquad \left((1+s) F_d(s) = K_m U(s) \right)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v} \\ \dot{F}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ -\frac{k_1}{m} y - \frac{k_3}{m} y^3 - \frac{b}{m} v + \frac{1}{m} F_d \\ -F_d + K_m u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(y, v, F_d, u) \\ f_2(\quad) \\ f_3(\quad) \end{bmatrix}$$

b) Arbetspunkt $y = y_0 \Rightarrow v_0 = \dot{y}_0 = 0$

$F_{d_0} = K_m u_0 = k_1 y_0 + k_3 y_0^3$

Linjärisering kring $x_0 = \begin{bmatrix} y_0 \\ 0 \\ F_{d_0} \end{bmatrix}$ $\quad u_0 = \frac{F_{d0}}{K_m}$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{y} \\ \Delta\dot{v} \\ \Delta\dot{F}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\left(\frac{k_1}{m} + 3\frac{k_3}{m} y_0^2\right)^{*} & -\frac{b}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta v \\ \Delta F_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_m \end{bmatrix} \Delta u$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta v \\ \Delta F_d \end{bmatrix} \qquad (*)\ \left.\frac{\partial f_2}{\partial y}\right|_{(y_0, \dots)} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{k_1}{m} y - \frac{k_3}{m} y^3\right)$$

för $y = y_0$

5. a) $G(s) = \frac{1}{s+1}$ $G_d(z) = \frac{1-\alpha}{z-\alpha}$ $\alpha = e^{-h}$

$$L_d(z) = \frac{K_p(1-\alpha)}{z-\alpha}$$

$$G_{ry_d}(z) = \frac{L_d(z)}{1+L_d(z)} = \frac{K_p(1-\alpha)}{z-\alpha+K_p(1-\alpha)}$$

$\therefore$ pol i $z = \alpha - K_p(1-\alpha)$

stabilitetsgräns för $z=-1$ $(|z|=1)$

$$\alpha - K_p(1-\alpha) = -1 \Rightarrow K_p = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}$$

Amplitudmarginal $A_m = 3 \Rightarrow K_p = \frac{1+\alpha}{3(1-\alpha)}$

Den tidsdiskreta polen hamnar i

$$z = \alpha - \frac{1+\alpha}{3(1-\alpha)}(1-\alpha) = \frac{2}{3}\alpha - \frac{1}{3}$$

b) $z = e^{ah}$ där a = ekvivalent tidskontinuerlig reell pol

$a = \frac{1}{h}\ln z$ Ekvivalent kontinuerlig tidskonstant $T = -1/a$

h	K_p	z	a	$T=-1/a$
0.2	3.34	0.21	-7.74	0.129
0.1	6.67	0.27	-13.1	0.076
0.05	13.3	0.30	-24.0	0.042

Längre samplingsintervall h ger långsammare respons (tidskontinuerlig pol närmare origo och längre tidskonstant)