Reglerteknik E/Z

Kurskod: ESS017, SSY051

Tentamen 2019-01-09

Tid: 14:00-18:00 Lokal: M-huset

Lärare: Bengt Lennartson, tel: 3722

Tentamen omfattar 25 poäng, där betyg tre fordrar 10 poäng, betyg fyra 15 poäng och betyg fem 20 poäng.

Granskning av rättning sker den 24 och 25 januari 2019 kl 12:30-13:00 på avdelningen.

Tillåtna hjälpmedel:

- Bodediagram (ingår längst bak i tentamenstesen).
- Matematiska och fysikaliska tabeller, t ex Beta och Physics handbook.
- Valfri kalkylator med tömt minne.
- **OBS! Tidigare formelsamling i reglerteknik är ej tillåten, endast de formelblad som ingår i tentamenstesen**.

Lycka till!

Institutionen för elektroteknik
Avdelningen för system- och reglerteknik
Chalmers tekniska högskola

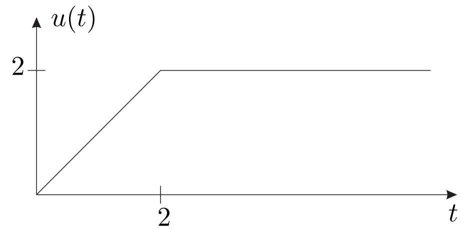
1

För ett visst system är sambandet mellan insignalen $u(t)$ och utsignalen $y(t)$ givet av differentialekvationen

$$4\dot{y} + y = u$$

Givet insignalen $u(t)$ enligt nedanstående figur, beräkna analytiskt systemets utsignal $y(t)$.

(2 p)



2

a) Linjärisera följande tillståndsmodell

$$\dot{x} = \sin(x) + u^3$$

kring den stationära arbetspunkten $x_0 = \pi/3$.

(2 p)

b) Avgör även om det linjäriserade systemet är stabilt.

(1 p)

3

En icke-minfasprocess

$$G(s) = \frac{1 - sT}{(1+s)^2(1+0.5s)}$$

där tidskonstanten T är en osäker parameter, ska regleras med en P-regulator.

a) För vilka värden på regulatorns förstärkning K_p är det återkopplade systemet stabilt för ett godtyckligt positivt värde på tidskonstanten T.

(2 p)

b) Utnyttja resultatet i uppgift a) och bestäm förstärkningen K_p så att en godtycklig amplitudmarginal A_m erhålls för det nominella värdet på tidskonstanten $T = 1$. Ange speciellt värdet på K_p för $A_m = 2$ och 4.

(1 p)

c) Vilka avvikelser från det nominella värdet på tidskonstanten T kan accepteras innan det återkopplade systemet blir instabilt då amplitudmarginalen $A_m = 2$ och 4.

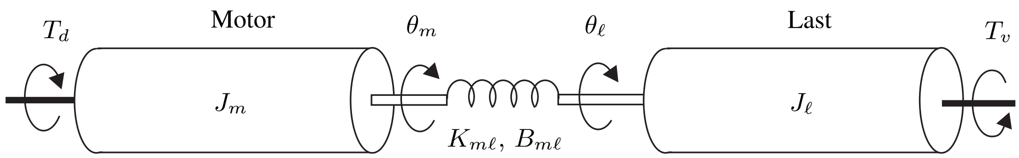
(1 p)

d) Ange en allmän slutsats angående relationen mellan amplitudmarginalen för ett återkopplat system och tillåtna parameterosäkerheter.

(1 p)

4

En motor med ett tröghetsmoment J_m, vinkeln θ_m och vinkelhastigheten $\omega_m = \dot{\theta}_m$ kopplas samman via en vek axel med en last med ett tröghetsmoment J_ℓ, vinkeln θ_ℓ och vinkelhastigheten $\omega_\ell = \dot{\theta}_\ell$.



Den veka axeln generar ett vinkelberoende fjädermoment $K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell)$ och ett vinkelhastighetsberoende dämpningsmoment $B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$. Lasten utsätts också för en laststörning i form av störmomentet T_v, medan motorn drivs av momentet T_d, som är systemets styrsignal.

a) Formulera en tredje ordningens tillståndsmodell med T_d och T_v som insignaler samt ω_ℓ som utsignal. Valet av utsignal innebär att ω_m och ω_ℓ lämpligen väljs som tillståndsvariabler. Vilken blir då den tredje tillståndsvariabeln?

(3 p)

b) Välj i stället momentet på axeln $T_a = K_{m\ell}(\theta_m - \theta_\ell) + B_{m\ell}(\omega_m - \omega_\ell)$ som utsignal och visa att det då går att formulera en andra ordningens tillståndsmodell. Antag nu för enkelhets skull att $J_m = J_\ell = K_{m\ell} = B_{m\ell} = 1$.

(2 p)

c) Bestäm systemets poler i uppgift b) samt motsvarande dämpningskoefficient ζ och odämpade resonansfrekvens ω_n.

(1 p)

5

Betrakta en process vars dynamik ges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{3}{(1+20s)^3}$$

a) Dimensionera en PI-regulator för denna process så att fasmarginalen $\varphi_m = 50°$. Välj tre olika överkorsningsfrekvenser $\omega_c = 0.2\omega_{\pi_{proc}}$, $0.35\omega_{\pi_{proc}}$ och $0.5\omega_{\pi_{proc}}$, där $\angle G(j\omega_{\pi_{proc}})$ $= -180°$

(3 p)

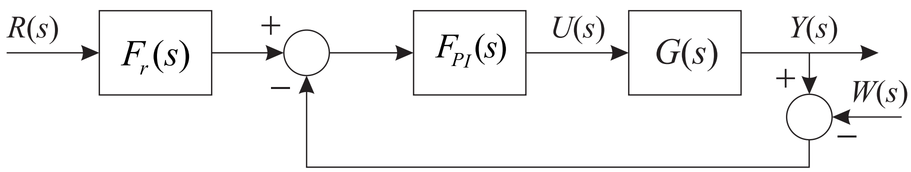
b) Vad blir regulatorns integralförstärkning K_i och högfrekvensförstärkning K_∞ för de olika valen av ω_c? Vilken av de tre erhållna regulatorerna är att föredra med tanke på förmågan att kompensera processtörningar och känsligheten för mätstörningar?

(2 p)

6

Betrakta nedanstående reglersystem. Låt

$$G(s) = \frac{1}{s+3} \quad \text{och} \quad F_{PI}(s) = 1 + \frac{3}{s}$$



a) Designa ett realiserbart förfilter $F_r(s)$ så att det återkopplade systemets bandbredd från referenssignalen r till utsignalen y blir 10 ggr högre med än utan förfilter.

(2 p)

Ledning: Den resulterande överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{R(s)}$ med förfilter ska till exempel bli av första ordning med brytfrekvensen tio gånger högre med än utan förfilter. LF-förstärkningen ska vara ett.

b) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{Y(s)}{W(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret mätstörningskompenseringen?

(1 p)

c) Jämför de asymptotiska amplitudkurvorna för överföringsfunktionen $\frac{U(s)}{R(s)}$ med och utan förfilter. Hur påverkar förfiltret styrsignalaktiviteten?

(1 p)

SSY050

1. $G(s) = \frac{1}{1+4s}$ $\quad u(t) = t - (t-2)\sigma(t-2)$

$U(s) = \frac{1}{s^2}(1-e^{-2s})$

$$Y(s) = \frac{0.25}{s^2(s+0.25)}(1-e^{-2s}) = \left(\frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{s+0.25}\right)(1-e^{-2s}) =$$

$$= \left(\frac{1}{s^2} - \frac{4}{s} + \frac{4}{s+0.25}\right)(1-e^{-2s})$$

$$y(t) = (t - 4 + 4e^{-t/4})\sigma(t) - \left((t-2) - 4 + 4e^{-(t-2)/4}\right)\sigma(t-2)$$

2. a) $\dot{x} = \sin x + u^3 \qquad x_0 = \pi/3$

Arbetspunkt $\quad \sin \pi/3 + u_0^3 = 0 \Rightarrow u_0 = -0.75^{1/6} \approx -0.9532$

Linjärisering $\quad \Delta\dot{x} = \cos x_0 \Delta x + 3u_0^2 \Delta u =$

$= \cos\frac{\pi}{3}\Delta x + 3\cdot 0.75^{1/3}\Delta u =$

$= 0.5\Delta x + 2.73\Delta u$

b) $\frac{\Delta X(s)}{\Delta U(s)} = \frac{2.73}{s-0.5} \Rightarrow$ pol i $s=0.5$ dvs instabilt system

3. a) KE $\quad 1 + \frac{K_p(1-sT)}{(1+s)^2(1+0.5s)} = \frac{1+2s+s^2+0.5s+s^2+0.5s^3-K_pTs+K_p}{\dots\dots} = 0$

$0.5s^3 + 2s^2 + (2.5-K_pT)s + K_p + 1 = 0$

R-H tabell

s^3	0.5	$2.5-K_pT$
s^2	2	K_p+1
s^1	$\frac{5-2K_pT-0.5K_p-0.5}{2}$	0
s^0	K_p+1	

stabilt då

$4.5 > (2T+0.5)K_p$

$K_p > -1$

$-1 < K_p < \frac{9}{1+4T}$

b) $A_m K_p = \frac{9}{1+4T} = 1.8 \Rightarrow K_p = 1.8/A_m = \begin{cases} 0.9 & A_m = 2 \\ 0.45 & A_m = 4 \end{cases}$

c) $K_p < \frac{9}{1+4T} \Rightarrow 1+4T < 9/K_p \Rightarrow T < \frac{9}{4K_p} - \frac{1}{4}$

$A_m = 2 \Rightarrow T < \frac{9}{4\cdot 0.9} - 0.25 = 2.25$

$A_m = 4 \Rightarrow T < \frac{9}{4\cdot 0.45} - 0.25 = 4.75$

d) Större amplitudmarginal (stabilitetsmarginal) $\Rightarrow$ större parameterosäkerhet accepteras.

4. a) $J_m \dot{\omega}_m = T_d - K_{ml}(\theta_m - \theta_l) - B_{ml}(\omega_m - \omega_l)$

$J_l \dot{\omega}_l = K_{ml}(\theta_m - \theta_l) + B_{ml}(\omega_m - \omega_l) - T_v$

$\Delta\dot{\theta} = \frac{d}{dt}(\theta_m - \theta_l) = \omega_m - \omega_l$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_m \\ \dot{\omega}_l \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_{ml}}{J_m} & \frac{B_{ml}}{J_m} & -\frac{K_{ml}}{J_m} \\ \frac{B_{ml}}{J_l} & -\frac{B_{ml}}{J_l} & \frac{K_{ml}}{J_l} \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{J_m} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_l} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_v \end{bmatrix}$$

$$\omega_l = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_m \\ \omega_l \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

b) Välj $\Delta\omega = \omega_m - \omega_l$ och $\Delta\theta = \theta_m - \theta_l$ som tillståndsvariabler

$\Delta\dot{\omega} = T_d - \Delta\theta - \Delta\omega - \Delta\theta - \Delta\omega + T_v$

$\Delta\dot{\theta} = \Delta\omega$

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_d \\ T_v \end{bmatrix}$$

$$T_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

c) $\det(sI - A) = \det\begin{bmatrix} s+2 & 2 \\ -1 & s \end{bmatrix} = s^2 + 2s + 2 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

$\omega_n = \sqrt{2} \quad \zeta = \frac{1}{\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

5. $G(s) = \frac{3}{(1+20s)^3} \quad \angle G(j\omega) = -3\arctan 20\omega$

$-3\arctan 20\omega_{\pi proc} = -180^\circ \Rightarrow \omega_{\pi proc} = \frac{1}{20}\tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{20} \approx$
≈ 0.0866

$$\omega_c = \begin{cases} 0.2\,\omega_{\pi proc} \\ 0.35\,\omega_{\pi proc} \\ 0.5\,\omega_{\pi proc} \end{cases} = \begin{cases} 0.0173 \\ 0.0303 \\ 0.0433 \end{cases}$$

$\angle L(j\omega_c) = \angle G(j\omega_c) + \angle \frac{K_i(1 + j\omega_c T_i)}{j\omega_c} = -3\arctan 20\omega_c$

$-90^\circ + \arctan \omega_c T_i = -180^\circ + \varphi_m = -130^\circ$

$$T_i = \frac{1}{\omega_c} \tan(-40^\circ + 3\arctan 20\omega_c) = \begin{cases} 18.0 & \omega_c = 0.0173 \\ 44.9 & \omega_c = 0.0303 \\ 180 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$$

$$|L(j\omega_c)| = \frac{3}{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^{\,3}} K_i \frac{\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}}{\omega_c} = 1$$

$$\Rightarrow K_i = \frac{\sqrt{1+(20\omega_c)^2}^{\,3} \cdot \omega_c}{3\sqrt{1+(T_i\omega_c)^2}} = \begin{matrix} 0.00653 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.00957 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.00425 & \omega_c = 0.0433 \end{matrix}$$

b) $K_\infty = F_{PI}(\infty) = K_i T_i = \begin{cases} 0.118 & \omega_c = 0.0173 \\ 0.430 & \omega_c = 0.0303 \\ 0.765 & \omega_c = 0.0433 \end{cases}$

Störst K_i ger bästa kompensering av laststörning, vilket motsvarar $\omega_c = 0.35\,\omega_{\pi pre}$
Minst K_∞ ger lägsta känslighet för mätstörningar i styrsignalen, vilket motsvarar $\omega_c = 0.2\,\omega_{\pi pre}$

6. a) $L(s) = \frac{1}{s+3}\,\frac{s+3}{s} = \frac{1}{s}$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1/s}{1+1/s} F_r(s) = \frac{1}{s+1} F_r(s) = \frac{1}{1+s} \underbrace{\frac{1+s}{1+0.1s}}_{F_r(s)} = \frac{1}{1+s/10}$$

b) $\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{1}{1+s}$ $\quad \left|\frac{Y}{W}\right| \to \begin{matrix} 1 & \text{små } \omega \\ 1/\omega & \text{stora } \omega \end{matrix}$

oavsett $F_r(s)$

c) $$\frac{U(s)}{R(s)} = \frac{F(s)}{1+L(s)} F_r(s) = \frac{s+3}{s(1+1/s)} F_r(s) = \frac{s+3}{s+1} F_r(s)$$

Utan förfilter $\frac{U}{R} = \frac{s+3}{s+1}$ $\quad \left|\frac{U}{R}\right| \to \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 1 & \text{stora } \omega \end{matrix}$

Med förfilter $\frac{U}{R} = \frac{s+3}{s+1}\,\frac{1+s}{1+0.1s}$ $\quad \left|\frac{U}{R}\right| \to \begin{matrix} 3 & \text{små } \omega \\ 10 & \text{stora } \omega \end{matrix}$

∴ Förfiltret ökar HF asymptoten med en faktor 10 dvs 10 gånger högre styrsignalsaktivitet